

ISSN 1621-3823  
ISBN 2-910015-60-2

---

*NOTES SCIENTIFIQUES ET TECHNIQUES  
DE L'INSTITUT DE MÉCANIQUE CÉLESTE*

---

S094

**JOURNÉES SCIENTIFIQUES 2008  
DE L'INSTITUT DE MÉCANIQUE CÉLESTE ET  
DE CALCUL DES ÉPHÉMÉRIDES**





## INTRODUCTION

Depuis 1990, notre laboratoire organise des Journées scientifiques avec une période de deux ou trois ans. Les dernières Journées scientifiques de l'Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides s'étaient tenues en 2006 et l'avancement de différents travaux a favorisé la tenue de nouvelles Journées scientifiques les 2 et 3 juin 2008.

Ces réunions permettent aux personnels chercheurs, ingénieurs et techniciens d'exposer des travaux achevés mais aussi ceux en chantier ou de décrire un projet. Ces présentations se font devant le laboratoire et quelques invités extérieurs, sans le formalisme inhérent à un colloque international. Les objectifs sont principalement de favoriser la communication d'informations scientifiques ou techniques, de faire le point de programme de recherche ou de développements techniques en cours, de concentrer en deux jours un nombre appréciable d'échanges qui ne trouvent pas toujours place dans le déroulement quotidien de ces activités. On peut ainsi apprécier la progression de certains travaux. On peut également voir l'émergence de nouveaux thèmes, notamment ceux, porteurs d'avenir, développés par des doctorants ou de jeunes chercheurs. A ce titre, les Journées scientifiques 2008 ont été un succès puisque 34 communications ont pu être faites sur des thèmes de recherche de l'IMCCE ou autour de certaines activités opérationnelles du laboratoire. Il faut noter que ces Journées scientifiques avaient une connotation particulière en 2008 puisqu'elle correspondaient jour pour jour à l'anniversaire des 10 ans de l'IMCCE.

Le lecteur trouvera ainsi dans ce fascicule non pas un compte rendu de colloque, mais celui d'un atelier vivant. Il aura ici un cliché instantané des activités techniques et scientifiques principales de l'IMCCE pour 2008. Nous espérons qu'il en appréciera la diversité, l'originalité et la qualité.

W. THUILLOT

Directeur de l'Institut de mécanique céleste  
et de calcul des éphémérides



## TABLE DES MATIÈRES

Influence des astéroïdes sur les mouvements planétaires .....	7
<i>P. Kuchynka, J. Laskar, A. Fienga et H. Manche</i>	
Ajustement d'INPOP aux données LLR .....	13
<i>S. Bouquillon (SYRTE), A. Fienga (Obs. Besançon), G. Francou (SYRTE), M. Gastineau, J. Laskar, P. Kuchynka, H. Manche et L. Somenzi</i>	
Le groupe de travail ‘Algèbres de Hopf et calcul moulien’ .....	19
<i>D. Sauzin</i>	
Dynamique des comètes du nuage de Oort .....	25
<i>M. Fouchard et A. Vienne</i>	
Équinoxe sur Jupiter et Saturne .....	31
<i>J.E. Arlot et W. Thuillot</i>	
Le système d'Uranus: astrométrie et observations de phénomènes .....	37
<i>J.-E. Arlot, V. Lainey, F. Colas, W. Thuillot, F. Vachier et M. Birlan</i>	
Étude en 3 dimensions de la rotation de Titan .....	43
<i>B. Noyelles, A. Lemaitre et A. Vienne</i>	
Vers une calibration astronomique des temps géologiques .....	
<i>D. Husson (UPMC), J. Laskar et B. Galbrun (UPMC) (texte non communiqué)</i>	
Near-Earth Asteroids Observations with 2.2m/WFI in ESO-La Silla .....	53
<i>M. Birlan et O. Vaduvescu</i>	
Les météoroïdes dans le Système Solaire : l'IMCCE en position de leader .....	
<i>J. Vaubaillon et F. Colas (texte non communiqué)</i>	
Détermination d'orbite par inversion statistique .....	57
<i>D. Hestroffer</i>	
Le pôle d'activités de l'IMCCE sur l'environnement dynamique terrestre .....	61
<i>W. Thuillot, J. Vaubaillon et D. Hestroffer</i>	
Présentation du groupe de travail Encelade .....	65
<i>V. Lainey, J.-E. Arlot, J. Desmars, O. Karatekin (ORB), B. Noyelles, N. Rambaux, S. Renner (DLR) et A. Vienne</i>	
Évolution technique du serveur internet de l'IMCCE .....	67
<i>Ch. Bakabadio et J. Lecubin</i>	
Précision d'extrapolation des éphémérides des satellites de Saturne .....	73
<i>J. Desmars, J.-E. Arlot et A. Vienne</i>	
Analyse de nouvelles plaques astronomiques des satellites Galiléens .....	79
<i>V. Robert, J.-E. Arlot et V. Lainey</i>	

Recherche de formes normales d'équations différentielles et fonctionnelles .....	85
<i>G. Morin</i>	
Le destin tragique des planètes extra-solaires gazeuses .....	
<i>B. Levrard, Ch. Winisdoerffer (CRAL/ENS Lyon), G. Chabrier (CRAL/ENS Lyon) et J. Laskar (texte non communiqué)</i>	
Diffusion chaotique dans le Système Solaire .....	
<i>J. Laskar (texte non communiqué)</i>	
Interaction solide-solide dans le problème des 2 corps .....	89
<i>G. Boué et J. Laskar</i>	
Comparaison d'indicateurs rapides de chaos de Lyapunov .....	93
<i>J. Frouard</i>	
Dynamique hamiltonienne fractionnaire .....	101
<i>P. Inizan et J. Cresson</i>	
Calcul sur cartes graphiques .....	
<i>M. Gastineau (texte non communiqué)</i>	
Investigation de la dynamique des astéroïdes avec la mission Gaia : orbites, masses et physique fondamentale .....	105
<i>S. Mouret, D. Hestroffer et F. Mignard (OCA)</i>	
Phénomènes mutuels des astéroïdes binaires .....	107
<i>P. Descamps et J. Berthier</i>	
Occultations stellaires par les satellites d'astéroïdes .....	117
<i>J. Berthier et P. Descamps</i>	
Orbites de tous les satellites lointains des grosses planètes ajustées sur les observations .....	123
<i>N. Emelyanov (SAI Moscou, IMCCE) et A. Kanter (SAI)</i>	
AMA09 ou la valorisation de l'astronomie par l'IMCCE .....	131
<i>S. Lemaître</i>	
Stabilité hamiltonienne et théorie de Morse Sard .....	
<i>L. Niederman (texte non communiqué)</i>	
La bibliothèque de 2006 à 2008 .....	135
<i>Th. Derouazi</i>	
Informations sur l'Hygiène et la Sécurité .....	139
<i>L. Touchet et M. Martinez</i>	
Projet Observatoire Virtuel de l'IMCCE .....	143
<i>J. Berthier, F. Vachier, W. Thuillot et V. Lainey</i>	
Présentation du serveur des éphémérides MULTI-SAT .....	149
<i>N. Emelyanov (SAI Moscou, IMCCE) et J.-E. Arlot</i>	
Quelques mots sur les troyens .....	
<i>Ph. Robutel et J. Bodossian (texte non communiqué)</i>	
Index des auteurs .....	153

# Influence des astéroïdes sur les mouvements planétaires

P.Kuchynka, J.Laskar, A.Fienga, H.Manche, L.Somenzi

## Introduction

Cette étude de l'influence des astéroïdes sur les mouvements planétaires s'inscrit dans le développement d'outils pour l'évolution et l'amélioration des éphémérides INPOP [1]. Un des obstacles majeurs dans l'amélioration des éphémérides précises est l'imperfection du modèle résultant du grand nombre d'astéroïdes dans le Système solaire et surtout du peu d'informations disponibles sur leurs masses. L'imperfection du modèle se traduit notamment par une dégradation des éphémérides dès qu'on sort de l'intervalle d'ajustement aux mesures. On présente dans cette communication quelques pistes qui ont été explorées en vue d'une meilleure modélisation de la contribution des astéroïdes dans les éphémérides planétaires.

## 1. Influence des astéroïdes

### 1.1 Une mesure de l'influence

Pour mesurer l'effet d'un astéroïde sur Mars, on intègre dans une première étape le Système solaire (8 planètes et Pluton) entre 1969 et 2010 sans aucun astéroïde et on sauvegarde dans un tableau l'évolution au cours du temps de la distance Terre - Mars ( $D$ ). On relance ensuite la même intégration, mais cette fois-ci en rajoutant l'astéroïde dont on souhaite mesurer l'effet, on obtient de nouvelles valeurs pour l'évolution de la distance Terre - Mars ( $D'$ ). L'influence de l'astéroïde est définie par le maximum de la différence  $\Delta D = D' - D$  sur l'intervalle considéré. Cet intervalle est ici 1969 - 2010, il correspond à peu près à la période sur laquelle sont disponibles les mesures spatiales de la distance Terre - Mars. La figure 1 représente l'évolution de  $\Delta D$  pour Ceres :  $\Delta D$  est nulle en 2000 (date des conditions initiales, identiques dans les deux intégrations) et augmente au fur et à mesure que l'on s'éloigne de cette date,  $|\Delta D|_{max}$  vaut dans ce cas 8km. Par comparaison, les mesures de cette distance disponibles aujourd'hui ont une incertitude de quelques mètres. Ne pas prendre en compte Ceres ne va pas conduire en réalité à des erreurs de 8km dans les éphémérides car on procède à un ajustement du modèle ce qui absorbe une partie des erreurs. L'absence de Ceres va néanmoins engendrer des biais dans les valeurs ajustées et aura également pour conséquence une dégradation des éphémérides au-delà de l'intervalle de l'ajustement.

### 1.2 Effet de la masse

La masse d'un astéroïde est un paramètre déterminant pour son effet, on peut montrer que le  $\Delta D$  engendré par un astéroïde est directement proportionnel à sa masse. Les masses des astéroïdes sont malheureusement très peu connues : sur les 168313 astéroïdes dont les orbites sont confirmées actuellement, on connaît la masse d'une quarantaine [4]. Ces masses ont été déterminées à partir des perturbations de l'astéroïde sur d'autres astéroïdes/planètes ou lors de passages proches de sondes. L'observation des astéroïdes binaires permet également une mesure de masse. En absence de données de masses on est réduit à faire des estimations. À partir de la magnitude absolue, disponible pour tous les astéroïdes, on peut estimer le diamètre en supposant un albédo et déduire une masse en supposant une densité. L'intervalle  $[M_{min}, M_{max}]$  dans lequel se trouve la masse  $M$  de l'astéroïde s'étale alors sur 3 ordres de grandeur ( $M_{max}/M_{min} \sim 1000$ ). Pour environ 2000 astéroïdes des mesures d'albédo sont disponibles grâce aux données IRAS, alors la masse est mieux estimée ( $M_{max}/M_{min} \sim 10$ ). Bien-que en général on considère les orbites des astéroïdes comme suffisamment connues, les incertitudes sur les masses interdisent de prendre en compte tous les astéroïdes individuellement - le modèle dépendrait alors de 168313 inconnues. Un autre facteur limitant est la puissance de calcul nécessaire pour intégrer des centaines de milliers d'objets (en particulier à long terme). On est donc contraint à remplacer le grand nombre d'astéroïdes par un modèle qui dépend seulement de quelques paramètres.

## 2. Modélisation

### 2.1 Modélisation dans INPOP06

Le modèle des éphémérides INPOP06 est décrit en détail dans [1]. INPOP06 prend en compte 300 objets individuels et un anneau. Les 300 objets dépendent seulement de 8 paramètres : des masses des astéroïdes Ceres, Pallas, Vesta, Iris, Bamberga et de 3 densités  $\rho_C$ ,  $\rho_S$ ,  $\rho_M$  qui déterminent les masses des 295 objets restant à partir de leurs diamètres IRAS. On modélise donc les effets de 5 individus, un effet global (anneau) et des effets intermédiaires (les 295 objets et 3 densités). Les calculs sont comparés aux observations et les paramètres du modèle sont ajustés de manière à réduire la différence entre les deux. On ajuste les conditions initiales des planètes, le  $J_2$  solaire, les masses des 5 astéroïdes avec les 3 densités et les paramètres de l'anneau. Après ajustement, on obtient un écart type des résidus sur la distance Terre-Mars (données MGS/MO) d'environ 5.5m [1]. Si on calcule ces résidus au-delà de l'intervalle d'ajustement on se rend compte qu'ils s'amplifient rapidement. Ce phénomène est étudié dans [3], un exemple pris sur les éphémérides DE411 apparaît également dans [2].

### 2.2 Mise à jour du top 300

Pour améliorer la modélisation décrite au paragraphe précédent, on a commencé par se demander si les 300 astéroïdes choisis étaient les astéroïdes ayant le plus d'effet. Parmi les 168313 astéroïdes on a pris ceux qui ont une magnitude absolue  $H < 14$  et on a calculé leur influence  $|\Delta D|_{max}$  sur la distance Terre - Mars entre 1969 et 2010. La figure 2 représente l'ensemble des effets en fonction des masses avec en rouge les astéroïdes dont le demi-grand axe est supérieur à 5.5 UA. On distingue une tendance à avoir plus d'effet avec la masse et une tendance à en avoir moins avec la distance héliocentrique de l'objet. La figure 3 est identique à la précédente (fig.2), mais cette fois on représente en rouge les 300 astéroïdes de INPOP06. L'effet d'un astéroïde est proportionnel à la masse, en prenant un autre ensemble de masses que celui utilisé ici, mais tout aussi probable, les figures 2 et 3 seraient différentes, leur interprétation est donc à faire avec prudence. On voit que les 300 astéroïdes de INPOP06 sont parmi les plus importants (fig.3), mais qu'on pourrait ajouter à la liste une dizaine d'objets supplémentaires. On peut avoir une interprétation plus quantitative : considérons les 4 listes suivantes

- liste A : 300 astéroïdes les plus influents (effet du dernier  $\sim 6m$ )
- liste B : astéroïdes qui pourraient influencer à plus de 6m
- liste C : astéroïdes qui influent sûrement à plus de 6m
- liste W : 300 astéroïdes de INPOP06

La liste B est créée en considérant la masse de chaque astéroïde à sa limite supérieure et en regroupant tous les objets qui influent à plus de 6m. La liste C est créée de la même manière, mais en considérant la masse de chaque astéroïde à sa limite inférieure. B compte 1643 astéroïdes : chacun pourrait être éventuellement parmi les 300 astéroïdes les plus influents. Ceci illustre dans quelle mesure les incertitudes sur les masses rendent difficile la recherche des 300 les plus influents. Il y a 12 astéroïdes dans C qui ne sont pas dans W, c'est la dizaine qu'on pourrait rajouter aux 300 actuellement utilisés dans INPOP06 ; 6 astéroïdes de W ne sont pas dans B, ceux-ci pourraient être éliminés. On conclut que la liste de INPOP peut être améliorée.

### 2.3 Implémentation d'un anneau

À côté du travail de remise à jour de la liste d'astéroïdes perturbateurs, une nouvelle implémentation de l'anneau dans INPOP a été faite. L'anneau utilisé dans INPOP06 avait deux inconvénients. Il agissait sur les planètes, mais ne ressentait pas de rétroaction de leur part, ceci conduisait à un forçage du système et à une dérive de son barycentre avec le temps. D'autre part les équations qui définissaient l'action de l'anneau présupposaient que chaque planète était dans le plan de l'anneau, ce qui n'était pas réaliste. La nouvelle implémentation prend en compte l'effet des planètes sur l'anneau et l'approximation des planètes dans le plan de l'anneau n'est plus faite. L'anneau est désormais un objet solide centré sur le Soleil qui interagit de manière réaliste avec le reste du système. Sur la figure 4 on présente un résultat préliminaire qui semble démontrer la capacité de l'anneau à modéliser l'effet global d'un grand nombre d'astéroïdes : on représente de la même manière que sur la figure 1 l'effet de tous les astéroïdes de magnitude absolue  $H < 14$  et qui ne sont pas parmi les 300 premiers les plus influents (26065 objets), on compare ensuite au  $\Delta D$  obtenu avec un anneau. Les amplitudes des deux signaux ont été normalisées, ce qui revient à un ajustement de la masse de l'anneau. Comme les deux courbes se superposent, on en déduit que l'effet des 26065 objets est bien en première approximation celui d'un anneau.

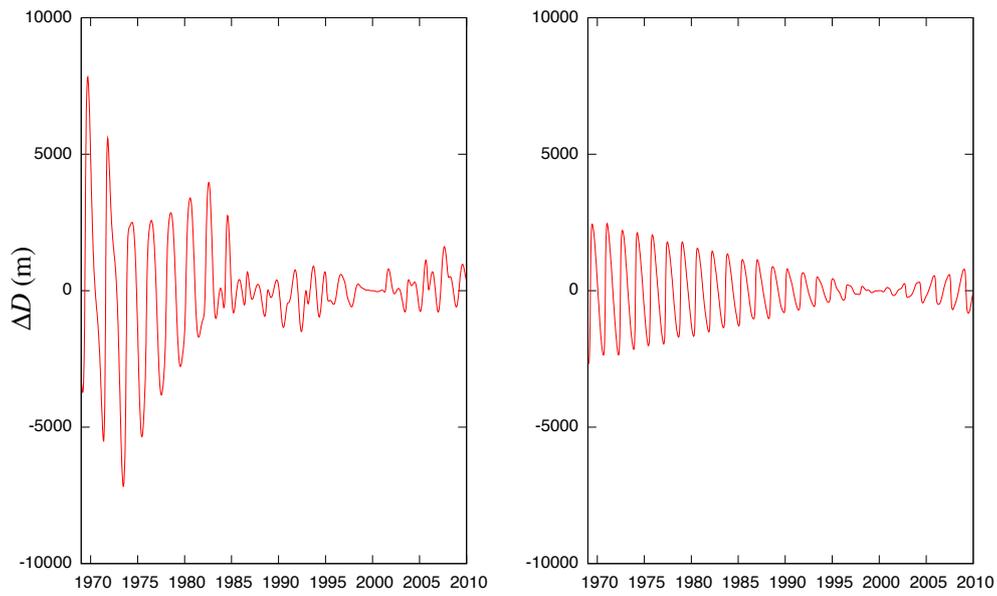


FIG. 1 – effet  $\Delta D$  (m) de Ceres entre 1969 et 2010 sur Terre-Mars (à gauche) et sur Terre-Venus (à droite)

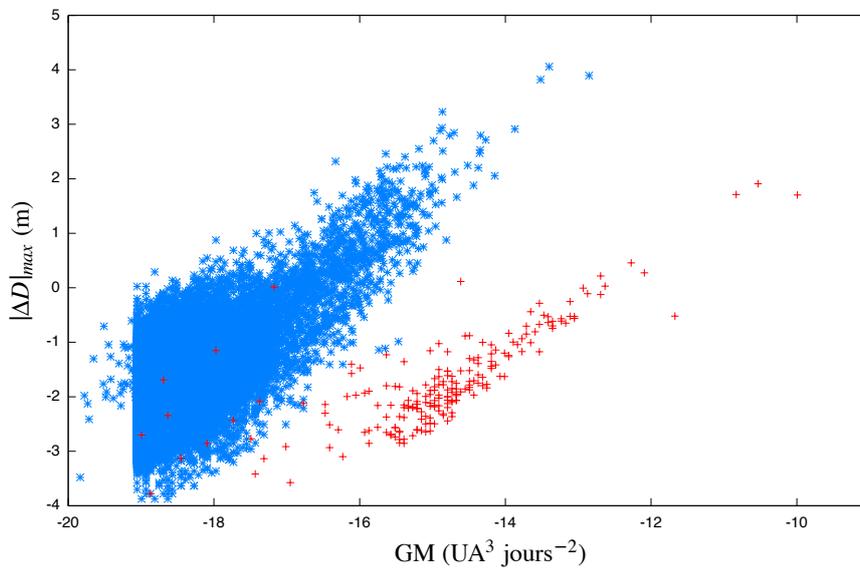


FIG. 2 – effets  $|\Delta D|_{max}$  (m) sur Terre-Mars entre 1969 et 2010 en fonction des masses  $GM$  ( $UA^3 \text{ jours}^{-2}$ ) pour 26365 astéroïdes, échelle  $\log_{10}$  en abscisse et en ordonnée ; en rouge les astéroïdes de demi-grand axe  $>5.5$  UA

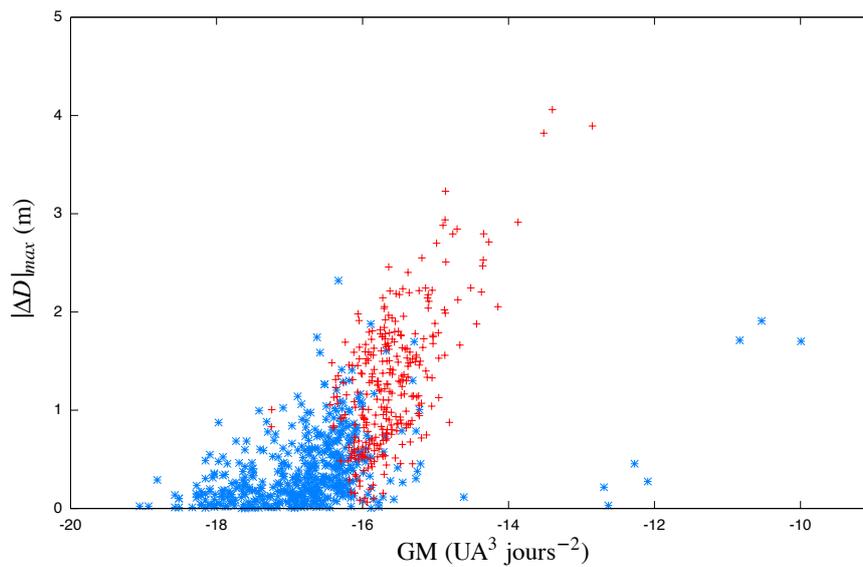


FIG. 3 – effets  $|\Delta D|_{max}$  (m) sur Terre-Mars entre 1969 et 2010 en fonction des masses GM ( $UA^3 \text{ jours}^{-2}$ ) pour 26365 astéroïdes, échelle  $\log_{10}$  en abscisse et en ordonnée ; en rouge les astéroïdes parmi les 300 de INPOP06

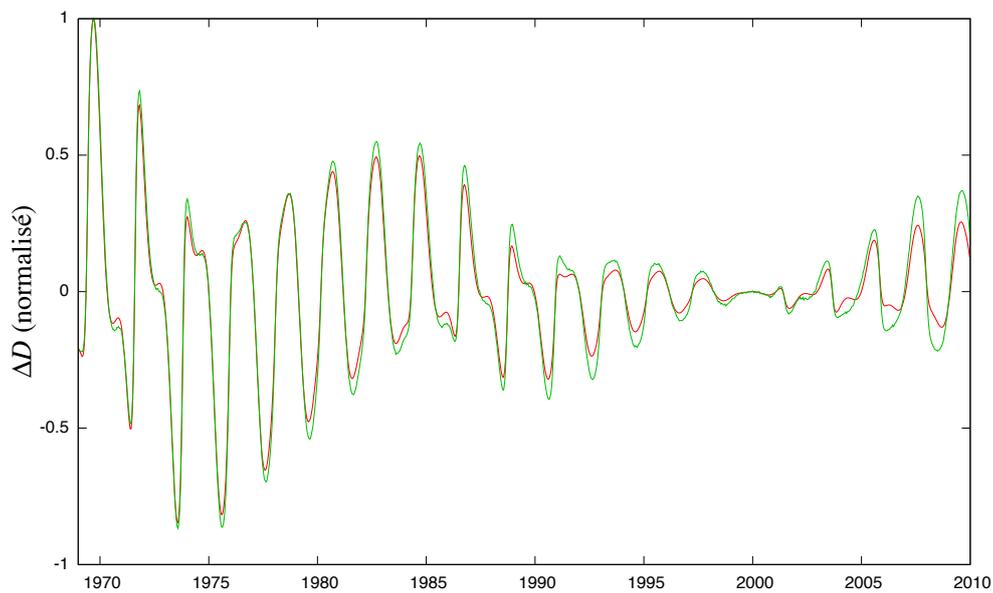


FIG. 4 – effets  $\Delta D$  (normalisés) sur Terre-Mars de 26065 astéroïdes (en rouge) et d'un anneau (en vert)

### 3. Remarques finales

L'effet principal des astéroïdes est de modifier le moyen mouvement des planètes [3], ce qui se traduit par un déphasage entre les longitudes lors de la comparaison de l'intégration avec et sans astéroïde. Cet effet peut être compensé en modifiant le demi-grand axe initial des planètes (ici Terre et Mars) ce qui est effectivement fait lors des ajustements. Ainsi un astéroïde qui agit seulement sur le moyen mouvement des planètes, même si son effet  $|\Delta D|_{max}$  est important, ne pose en réalité pas de problèmes dans la modélisation. La mesure de l'influence d'un astéroïde  $|\Delta D|_{max}$  décrite au §1.1 pourrait donc être affinée. Lors des estimations des effets et notamment lors des créations des listes au §2.2 et §2.3, on a considéré que les objets de demi-grand axe inférieur à 5.5 UA. On suppose en effet que les objets au-delà de 5.5 UA ne vont agir que sur le moyen mouvement des planètes et qu'il n'est pas nécessaire de les prendre en compte. On voit par exemple apparaître sur la figure 3 trois objets très lourds, il s'agit de planètes naines dans la ceinture de Kuiper. Finalement nous pouvons signaler qu'une liste similaire à la liste A du §2.2 a été compilée par [2] (en utilisant la même mesure  $|\Delta D|_{max}$  de l'effet d'un astéroïde et le même intervalle de temps que nous), on observe quelques différences importantes, par exemple l'effet de 8 Flora est 10 fois plus grand que l'effet prédit par INPOP et ce pour une différence de masse inférieure à 1 %. Cette discordance laisse penser que l'effet d'un astéroïde ne serait pas dépendant exclusivement de sa masse, mais aussi du modèle ou de l'incertitude sur sa trajectoire.

### Conclusion

Nous avons relevé ici quelques problèmes dans la modélisation des astéroïdes pour le calcul des éphémérides précises. La principale difficulté provient du peu de données disponibles actuellement sur les masses des astéroïdes. On est ainsi amené à modéliser l'effet des centaines de milliers de ces objets plutôt que d'assigner à chacun une trajectoire et une masse. Cette modélisation s'effectue à trois niveaux : premièrement quelques objets dont les orbites sont intégrées et les masses directement ajustées, ensuite environ 300 objets dont les orbites sont également intégrées mais les masses déterminées à partir des diamètres IRAS et des densités choisies parmi 3 valeurs et finalement un anneau modélisant un effet global. On a présenté notre effort pour améliorer la modélisation actuelle dans INPOP en considérant une mise à jour des 300 objets à prendre en compte et en améliorant l'implémentation de l'anneau. Ce dernier est apparu comme une piste particulièrement intéressante pour l'amélioration de la modélisation.

### Références

- [1] A.Fienga, H.Manche, J.Laskar, and M.Gastineau. INPOP06 : a new numerical planetary ephemeris. *A&A*, 477 :315, 2008.
- [2] A.S.Konopliv, C.F.Yoder, E.M.Standish, D.Yuan, and W.L.Sjorgen. A global solution for the Mars static and seasonal gravity, Mars orientation, Phobos and Deimos masses, and Mars ephemeris. *Icarus*, 182 :23, 2006.
- [3] E.M.Standish and A.Fienga. Accuracy limit of modern ephemerides imposed by the uncertainties in asteroid masses. *A&A*, 384 :322, 2002.
- [4] S.Mouret, D.Hestroffer, and M.Mignard. Asteroid masses and improvement with Gaia. *A&A*, 472 :1017, 2007.



# Ajustement d'INPOP aux données Laser Lune Ranging

Manche H., Bouquillon S., Fienga A., Laskar J.,  
Francou G., Gastineau M., Kuchynka P., Somenzi L.

## Introduction

La première solution INPOP05 était conçue pour reproduire la solution DE405 du Jet Propulsion Laboratory. L'objectif était de valider le modèle dynamique pour l'intégration du mouvement des planètes. Puis, avec INPOP06, ce dernier a été amélioré (prise en compte plus cohérente des perturbations des astéroïdes, intégration de l'orientation de la Terre). Ces changements rendaient nécessaire un nouvel ajustement de paramètres et des conditions initiales sur les observations planétaires (Fienga & al., 2008). Et pour contraindre l'orbite de la Lune, le choix avait été fait d'ajuster les conditions initiales du vecteur Terre-Lune sur la distance Terre-Lune de DE405.

Avec INPOP08 (actuellement en cours de développement), outre l'amélioration du modèle dynamique et un ajustement sur de nouvelles observations planétaires, l'ajustement de la Lune se fera directement sur les données Laser Lune Ranging (LLR). Près de 18000 données sont disponibles, sur une période de plus de 30 ans, effectuées à partir de 3 observatoires (Grasse, Mc Donald et Haleakala).

## 1. Réduction des observations

Les observations LLR sont la mesure du temps de parcours d'un photon entre une station terrestre et un réflecteur à la surface de la Lune. Ces données permettent de contraindre à la fois la trajectoire de la Lune autour de la Terre, mais aussi ses librations. Une observation est donc une mesure de temps ; pour la suite, il sera plus parlant de convertir en distance en multipliant par la vitesse de la lumière dans le vide, et de diviser par deux pour obtenir la "distance" Terre-Lune (qui n'a rien de physique, puisque la Terre et la Lune continuent d'avancer sur leurs orbites pendant le trajet des photons). Leur précision s'est améliorée au cours du temps, passant de quelques dizaines de centimètres dans les années 1970, à quelques centimètres aujourd'hui. Pour les exploiter, il est donc nécessaire de positionner avec précision les points d'émission et de réception des photons.

### 1.1 *Position de la station*

La solution INPOP donne directement accès à la position barycentrique du système solaire du centre de masse de la Terre. La position géocentrique de la station est quant à elle déterminée conformément aux conventions IERS 2003.

A partir de ses coordonnées dans l'ITRF à une date de référence (1er janvier 1997), diverses corrections sont introduites pour tenir compte des déformations de la Terre :

- tectonique des plaques
- marées solides
- marée polaire
- charge océanique
- charge atmosphérique

La tectonique des plaques est modélisée par une dérive linéaire (quelques centimètres par an) sur chacune des trois composantes du vecteur position.

Les effets de marées solides sont dus à l'attraction différentielle exercée par un corps externe en 2 points distincts de la Terre, générant des contraintes internes et donc une déformation. Seules les contributions de la Lune et du Soleil sont prises en compte.

La marée polaire est la déformation de la Terre due aux variations de son vecteur instantané de rotation.

La charge océanique est due aux variations du niveau des mers. Lorsque le niveau augmente, il s'exerce une pression plus élevée dans le fond des océans. Le plancher s'abaisse et ce mouvement se répercute jusqu'à l'intérieur des continents.

Le même phénomène a lieu au voisinage de la station avec les variations de la pression atmosphérique.

Une fois la position de la station déterminée dans un repère lié à la Terre (ITRF), il est ensuite nécessaire de déterminer sa position dans le repère fixe inertiel (ICRF) dans lequel la solution planétaire est exprimée. La matrice de passage est calculée conformément aux conventions IERS 2003 : au pôle conventionnel (Celestial Intermediate Pole), des corrections doivent être apportées pour tenir compte du mouvement du pôle et des irrégularités dans la

rotation de la Terre (UT1). Ces corrections sont les Earth Orientation Parameters de la série C04, téléchargeables et réactualisés chaque jour sur le site de l'IERS. Il est tenu compte enfin de la transformation relativiste lors du passage du repère centré au centre de masse de la Terre à celui centré au barycentre du système solaire.

## 1.2 Position du réflecteur

Comme pour la Terre, INPOP donne accès directement à la position barycentrique du système solaire du centre de masse de la Lune. Pour la position sélénocentrique du réflecteur, le principe est le même que pour la position géocentrique de la station, même si le modèle pour la Lune est plus simple. Seules ses déformations dues aux effets de marées solides (du Soleil et de la Terre), ainsi que celle due aux variations de son vecteur instantané de rotation sont prises en compte.

Le passage dans le repère fixe nécessite la connaissance des angles d'Euler de la Lune (librations), intégrés directement dans INPOP en même temps que les trajectoires des planètes et astéroïdes.

## 1.3 Corrections au temps de trajet de la lumière

Dans le calcul du temps de trajet des photons, deux corrections sont à prendre en compte.

La première est due à la déviation relativiste des rayons lumineux en présence de corps massifs. L'expression de ce délai est donnée dans Williams & al. 1995. Seuls les termes induits par le Soleil et la Terre sont pris en compte et leurs effets cumulés sont de l'ordre de 3,5 mètres.

La seconde correction (dont l'effet compris entre 2 et 10 mètres) est due à la traversée de l'atmosphère, dans laquelle la lumière se propage à une vitesse inférieure à celle dans le vide. Le modèle est celui de Marini & Murray 1973 et dépend de la position de la station, de l'élévation du réflecteur et des conditions atmosphériques. Ainsi, pour chaque observation, les mesures de la pression atmosphérique, du degré d'humidité de l'air et de la température sont fournies.

## 2. Ajustements au LLR

### 2.1 Résidus LLR d'INPOP06

Avec ce modèle de réduction, il est alors possible de calculer les temps de trajet de la lumière pour différentes solutions planétaires, en particulier INPOP06 (dont la distance Terre-Lune était ajustée sur celle de DE405). Le graphique Fig. 1 montre les résidus (différences entre les temps mesurés et les temps calculés) pour les données de Grasse entre 1987 et 2005. La solution INPOP06 étant fixée, seuls quelques paramètres n'intervenant que dans le modèle de réduction ont été ajustés, en particulier les positions sélénocentriques des réflecteurs.

On remarque que l'écart-type de 30 centimètres est très important comparé à la précision attendue des données (quelques centimètres). INPOP06 est donc une mauvaise solution pour le LLR.

### 2.2 Ajustement

Afin d'améliorer les résidus, il est donc nécessaire d'ajuster des paramètres qui interviennent également dans le calcul des trajectoires des planètes, et pas uniquement dans le modèle de réduction des données. L'ensemble des 98 paramètres ajustables dans INPOP sont :

- positions sélénocentriques des réflecteurs
- positions ITRF des stations au 1er janvier 1997
- conditions initiales du vecteur Terre-Lune
- conditions initiales des angles de libration
- coefficients du potentiel de la Terre
- coefficients du potentiel de la Lune
- nombres de Love de la Lune
- temps de déphasages de la Terre et la Lune (effets de marées dissipatifs)
- rapport des masses entre la Terre et la Lune
- valeur d'un offset entre 1997 et 1998 dans les observations de Grasse
- paramètres post-newtoniens  $\beta$  et  $\gamma$

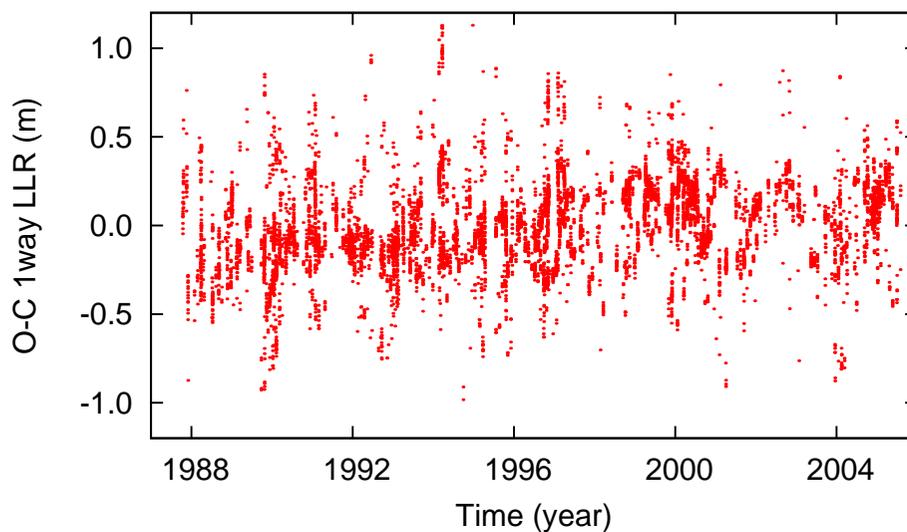


FIG. 1 – Résidus INPOP06 sur les données de Grasse entre 1987 et 2005.

Toutefois, dans un premier temps, certains paramètres comme les vitesses des stations (dues à la tectonique des plaques) et les paramètres post-newtoniens ne seront pas modifiés. On se contentera donc de n'en ajuster que 69, sur l'ensemble des données de Grasse, Mc Donald et Haleakala. Des pondérations différentes en fonction des périodes et des observatoires sont affectées pour tenir compte de la précision des mesures. Certaines observations aberrantes ont été éliminées (celles dont le résidu était supérieur à  $3\sigma$ ). Les résidus pour Grasse (219 observations rejetées sur 8441) sont donnés en Fig. 2 et sont à comparer à ceux en Fig. 1. On remarque qu'ils ont été nettement améliorés, démontrant la nécessité de réajuster la solution planétaire.

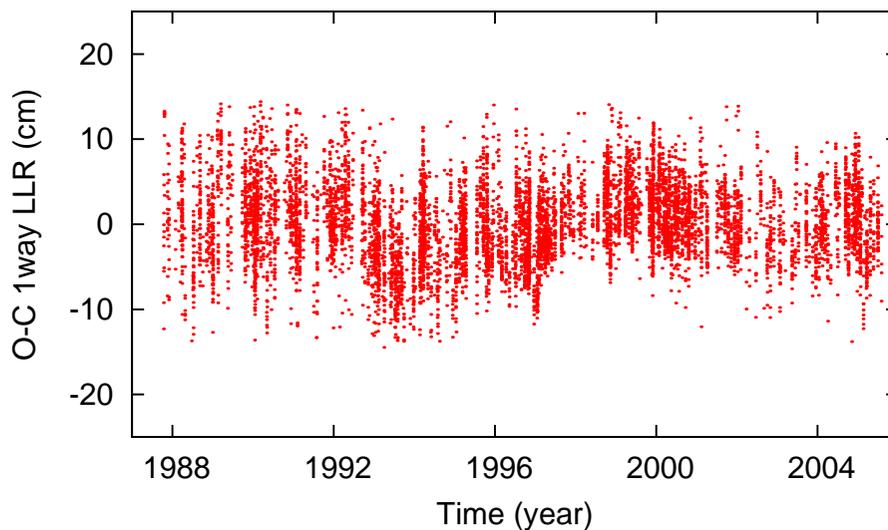


FIG. 2 – Résidus INPOP08 sur les données de Grasse entre 1987 et 2005.

De même, Fig.3 présente les résidus pour la période récente de McDonald (1988 à 2006). On remarque une brusque dégradation vers l'an 2000 : alors que les résidus étaient jusqu'alors comparables à ceux de Grasse sur la même période (4 centimètres), ils passent à plus de 1,5 mètres. Suite à une conversation avec Randall L. Ricklefs (de l'Observatoire de Mc Donald), il semble que ce problème soit dû à un vieillissement du détecteur (toujours en fonction depuis les années 70). Sur son conseil, on élimine d'abord les données dont les résidus dépassent 2 mètres, puis de manière itératives celles qui dépassent  $3\sigma$ . Au final, sur la période 2000-2006, près de 40% des données sont éliminées, et leur écart-type s'améliore à 6,4 centimètres.

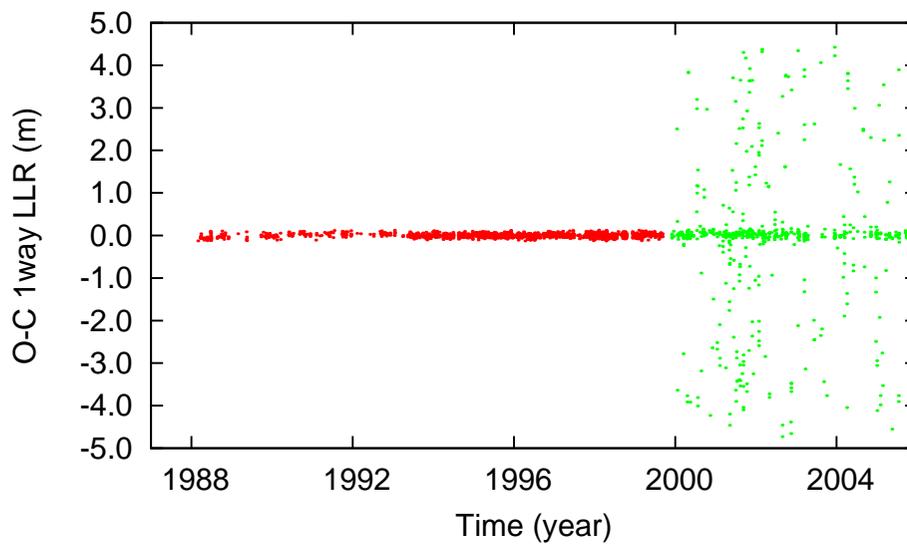


FIG. 3 – Résidus INPOP08 sur les données de Mc Donald entre 1988 et 2006 (MLRS2).

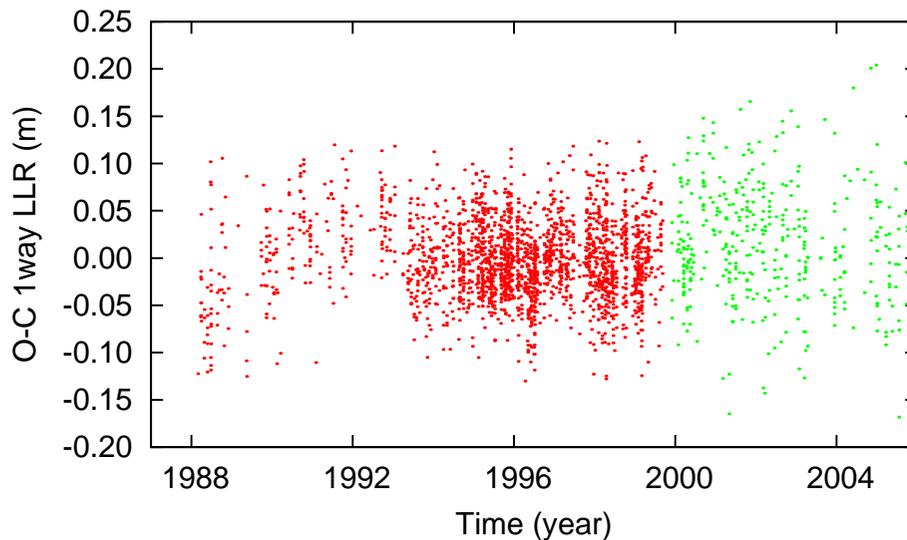


FIG. 4 – Résidus INPOP08 sur les données de Mc Donald entre 1988 et 2006 (MLRS2).  
38% des données après 2000 sont éliminées.

### 2.3 Sélection des paramètres

Pour les 69 paramètres, on dispose d'une valeur et d'une incertitude (erreur formelle) issues de l'ajustement par moindres carrés. Or, pour certains d'entre eux, le rapport entre l'erreur et la valeur est important ; c'est le cas par exemple pour le nombre de Love  $l_2$  de la Lune :  $l_2 = (2,2 \pm 2,47) \times 10^{-3}$ . L'erreur formelle représente ici plus de 100% de la valeur, ce paramètre est donc mal défini et il n'est pas pertinent de l'ajuster. Pour sélectionner les paramètres, on ajuste une solution en éliminant celui qui présente le plus grand rapport erreur/valeur et en itérant le processus. Après 18 itérations, la solution compte 51 paramètres ajustés, dont tous les rapports erreur/valeur sont inférieurs à 1%.

Les valeurs des résidus sont résumées dans le tableau 1. On remarque que ceux de Grasse ont été légèrement détériorés, alors que ceux des autres stations sont restés identiques, voire ont même été légèrement améliorés (à part ceux de McDonald après 2000). Des investigations sont en cours, mais il semble que la station de Grasse (dont les observations représentent près de la moitié des données) ait un mouvement propre qu'on compensait (en partie seulement) par une modification des coefficients du potentiel de la Lune (la majorité des 18 paramètres mal

Site	Période	résidus solution a69 (cm)	résidus solution a51 (cm)
Grasse	1984-1986	15,3	15,3
Grasse	1987-2005	4,46	4,75
Mc Donald	1969-1985	35,6	35
MLRS1 (Mc Donald)	1984-1988	60	60
MLRS2 (Mc Donald)	1988-2000	4,15	4,07
MLRS2 (Mc Donald)	2000-2006	6,21	6,60
Haleakala	1988-1990	7,34	7,16

**TAB. 1** – Comparaison des résidus (en centimètres) pour les solutions avec respectivement 69 et 51 paramètres ajustés.

définis et éliminés de l’ajustement). Ce qui donnait de mauvaises contraintes sur sa trajectoire et pouvait dégrader les résidus des autres stations.

## Conclusion

Les résultats résumés ici concernent une version en cours de développement d’INPOP. Pour la version définitive INPOP08, des données supplémentaires ont été fournies (en particulier du site d’Haleakala) et seront à prendre en compte dans les ajustements.

Pour la suite, l’amélioration du modèle dynamique passera par l’introduction d’un noyau à l’intérieur de la Lune (qui modifiera principalement ses librations). Enfin, il sera intéressant d’exploiter les données Clementine (une sonde en orbite autour de la Lune), qui permettra certainement de mieux contraindre les coefficients du potentiel de la Lune.

## Bibliographie

- Fienga, A., Manche, H., Laskar, J., Gastineau, M., 2008, “INPOP06. A new planetary ephemeris”, *A&A*, 477, 315-327
- Marini, J. W., Murray, C. W., 1973, “Correction of laser range tracking data for atmospheric refraction at elevations above 10 degrees”, NASA-TM-X-70555, Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD
- McCarthy, D. D., Petit, G., 2004, “IERS Conventions (2003)”, IERS technical Note n 32
- Williams, J. G., Newhall, X. X., Dickey, J. O., 1996, “Relativity parameters determined from lunar laser ranging”, *Physical Review D*, Volume 53, Issue 12, pp. 6730-6739



# Algèbres de Hopf et calcul moulien

David Sauzin

## Introduction

“Algèbres de Hopf et calcul moulien” était le titre d’un groupe de travail organisé à l’IMCCE d’octobre 2007 à mai 2008 par F. Fauvet (université Louis Pasteur, Strasbourg), F. Menous (université Paris-Sud, Orsay), F. Patras (CNRS–université de Nice Sophia Antipolis) et D. Sauzin (IMCCE), sous forme d’une ou deux séances de deux heures et demie chaque mois.

Il s’agissait d’une expérience originale d’interaction entre des domaines de recherche allant des mathématiques (algèbre et analyse) à la physique théorique (théorie quantique des champs), qui s’est déroulée dans les locaux de l’Observatoire de Paris, d’abord salle Danjon puis salle de l’Atelier en raison de l’affluence. Le groupe de travail a en effet eu un grand succès, avec une quarantaine de chercheurs concernés en tout (souvent plus de vingt présents en même temps), dont certains venaient de l’École Normale Supérieure toute proche ou de l’Insitut de Mathématiques de Jussieu, d’autres d’Île-de-France (Orsay, Marne-la-Vallée, IHES), et d’autres encore de province (Nice, Strasbourg, mais aussi Dijon, Rouen, Reims, Clermont-Ferrand, Mulhouse, . . .).

La structure d’algèbre de Hopf (du nom du mathématicien allemand Heinz Hopf) est un objet classique en mathématiques depuis la deuxième moitié du 20<sup>e</sup> siècle. Les algèbres de Hopf graduées complétées sont notamment utilisées dans des travaux récents en combinatoire algébrique (algèbres des descentes, etc.) et en théorie quantique des champs perturbative (avec notamment la structure d’algèbre de Hopf mise au jour par Alain Connes et Dirk Kreimer à propos des diagrammes de Feynman).

Quant à lui, le calcul moulien (*mould calculus* en anglais) est apparu au début des années 1980 dans les travaux de Jean Écalte (CNRS–Orsay) sur la classification des systèmes dynamiques à coefficients analytiques [1]. Écalte avait défini des algèbres de fonctions “résurgentes”, munies de nombreuses dérivations : les “dérivations étrangères” ; c’est pour calculer de façon efficace avec ces opérateurs de dérivation qu’il a mis au point cet environnement combinatoire. Mais le système de notations sophistiqué et le langage nouveau utilisés par le formalisme moulien en avaient limité jusqu’à présent la diffusion, alors que cette combinatoire peut se traduire avec profit dans le langage des algèbres de Hopf graduées complétées.

Nous esquisserons ici quelques-unes des idées qui se dégagent de certaines séances du groupe de travail.

## 1. Un peu d’algèbre

### 1.1 Algèbres associatives et algèbres de Hopf

Sans vouloir chercher à donner des définitions mathématiques complètes, commençons par rappeler ce qu’est une “algèbre” : un espace vectoriel  $A$  (disons sur  $\mathbb{C}$ ) muni d’une loi de composition appelée produit (ou multiplication) qui vérifie certains axiomes (elle est associative, compatible d’une certaine façon avec la structure d’espace vectoriel ; on ne la suppose pas nécessairement commutative, mais on suppose qu’il y a un élément unité, noté  $1_A$ ).

Un exemple simple est fourni par l’ensemble des matrices carrées d’ordre 2, que l’on sait additionner ou multiplier par un scalaire, mais aussi multiplier entre elles (et ce produit n’est pas commutatif). On rencontre aussi souvent des algèbres d’opérateurs : on suppose donné un espace vectoriel  $E$  et l’on considère l’ensemble  $A = \text{Op}(E)$  constitué des opérateurs de  $E$  (ou de certains d’entre eux seulement), c’est-à-dire des applications linéaires de  $E$  dans lui-même (là encore, on sait les additionner et les multiplier par des scalaires ; le produit est maintenant donnée par la composition des applications linéaires, dont l’unité n’est autre que l’opérateur identité, noté  $\text{Id}_E$ ).

Le produit dans une algèbre  $A$ , du fait qu’il doit être compatible avec la structure d’espace vectoriel, peut être vu comme une application bilinéaire  $A \times A \rightarrow A$ . De façon équivalente, on peut le voir comme une application linéaire  $\pi : A \otimes A \rightarrow A$ , définie sur le produit tensoriel<sup>1</sup> de l’espace vectoriel  $A$  par lui-même.

Pour qu’une algèbre  $A$  devienne une algèbre de Hopf, il faut la munir d’une “antipode”, une application linéaire  $S : A \rightarrow A$ , et d’un “coproduit”, une application linéaire  $\Delta : A \rightarrow A \otimes A$  (à valeurs dans le produit tensoriel) faisant de  $A$  une “coalgèbre”, vérifiant certains axiomes (“co-associativité”, existence d’une “co-unité”, etc. ; en particulier,  $\Delta$  doit être un morphisme d’algèbres<sup>2</sup> et  $\pi$  un morphisme de coalgèbres).

<sup>1</sup>Si  $A$  et  $B$  sont deux espaces vectoriels, leur produit tensoriel est l’ensemble des combinaisons linéaires des symboles  $u \otimes v$ , où  $u \in A$  et  $v \in B$ , soumis aux règles  $(u_1 + u_2) \otimes v = u_1 \otimes v + u_2 \otimes v$ ,  $u \otimes (v_1 + v_2) = u \otimes v_1 + u \otimes v_2$ ,  $(\lambda u) \otimes v = u \otimes (\lambda v)$ .

<sup>2</sup>La structure d’algèbre sur  $A$  induit une structure d’algèbre sur  $A \otimes A$ , définie par un produit que nous noterons  $\pi_2$ , dont l’unité est  $1_A \otimes 1_A$ .

Dans une algèbre de Hopf, on appelle “group-like” les éléments  $u$  qui vérifient  $\Delta(u) = u \otimes u$  (terminologie héritée de la théorie des groupes, source importante d’algèbres de Hopf) et “primitifs” ceux qui vérifient  $\Delta(u) = u \otimes 1_A + 1_A \otimes u$ . Notons que l’unité de  $A$  est nécessairement group-like :  $\Delta(1_A) = 1_A \otimes 1_A$  car le morphisme d’algèbres  $\Delta$  doit envoyer l’unité de  $\pi$  sur l’unité de  $\pi_2$  (cf. la dernière note en bas de page). On vérifie que, si  $u_1$  et  $u_2$  sont primitifs, alors  $\pi(u_1 \otimes u_2) - \pi(u_2 \otimes u_1)$  l’est aussi (mais ce n’est intéressant que si le produit  $\pi$  n’est pas commutatif).

## 1.2 Un exemple : les algèbres de concaténation

Voici un exemple d’algèbre de Hopf qui nous servira ; il semblera peut-être abstrait, mais il est très utile pour de nombreuses questions combinatoires. Soit  $\Omega$  un ensemble (par exemple l’ensemble  $\mathbb{Z}$  des entiers relatifs, mais peu importe : ses éléments seront traités comme de purs symboles), et soit  $\Omega^\bullet$  l’ensemble des “mots” correspondant, c’est-à-dire l’ensemble des suites finies  $\underline{\omega} = \omega_1 \cdots \omega_r$ , de symboles pris dans  $\Omega$  (chaque mot  $\underline{\omega}$  a une longueur  $r \in \mathbb{N}$ , il est constitué de “lettres”  $\omega_1, \dots, \omega_r \in \Omega$  ; le seul mot de longueur nulle est le “mot vide”, noté  $\emptyset$ ).

Il y a une structure mathématique disponible sur  $\Omega^\bullet$ , c’est la loi de semi-groupe donnée par la concaténation : étant donnés deux mots  $\underline{\omega} = \omega_1 \cdots \omega_r$  et  $\underline{\eta} = \eta_1 \cdots \eta_s$  (ou deux “chaînes de caractères”, si l’on préfère), on obtient  $\underline{\omega} \cdot \underline{\eta} = \omega_1 \cdots \omega_r \eta_1 \cdots \eta_s$  en juxtaposant les symboles qui les composent. Bien entendu, la concaténation avec le mot vide n’a aucun effet :  $\underline{\omega} \cdot \emptyset = \emptyset \cdot \underline{\omega} = \underline{\omega}$ .

Pour obtenir une algèbre, considérons l’espace vectoriel  $A$  des combinaisons linéaires formelles de mots : un élément  $u$  de  $A$  est déterminé par un nombre fini (quelconque) de mots  $\underline{\omega}^1, \dots, \underline{\omega}^n$  (qui n’ont peut-être pas tous la même longueur !) et de coefficients  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  ; on utilise la notation  $u = \lambda_1 \underline{\omega}^1 + \dots + \lambda_n \underline{\omega}^n$ . La concaténation des mots permet de définir un produit dans  $A$  par la formule

$$\pi : \left( \sum \lambda_i \underline{\omega}^i \right) \otimes \left( \sum \mu_j \underline{\eta}^j \right) \mapsto \sum \lambda_i \mu_j \underline{\omega}^i \cdot \underline{\eta}^j.$$

On obtient une algèbre, dont l’unité est  $1_A = \emptyset$  (“une fois le mot vide”, à ne pas confondre avec la combinaison linéaire nulle, notée 0).

Pour connaître un coproduit sur  $A$ , il suffit de connaître son action sur les mots (les combinaisons linéaires réduites à un élément affecté du coefficient 1) ; il y aura en effet une seule manière de prolonger par linéarité l’action du coproduit : pour n’importe quel  $u \in A$ , on écrira  $u = \lambda_1 \underline{\omega}^1 + \dots + \lambda_n \underline{\omega}^n$  et on aura nécessairement  $\Delta(u) = \lambda_1 \Delta(\underline{\omega}^1) + \dots + \lambda_n \Delta(\underline{\omega}^n)$ . Mais l’action d’un coproduit sur les mots est elle-même soumise à des contraintes, puisque le coproduit doit être un morphisme d’algèbres : on a nécessairement  $\Delta(\emptyset) = \emptyset \otimes \emptyset$  (puisque  $\emptyset = 1_A$ ) et dans notre cas il suffit en fait de connaître l’action de  $\Delta$  sur les mots réduits à une seule lettre ; il n’y a qu’une seule valeur possible pour  $\Delta(\omega_1 \cdots \omega_r)$  dès lors que le résultat est connu pour  $r = 1$  parce que, si  $r \geq 2$ , on peut considérer le mot  $\omega_1 \omega_2 \cdots \omega_r$  comme un produit (au sens de  $\pi$ ) de  $r$  mots d’une seule lettre  $(\omega_1) \cdot (\omega_2) \cdots (\omega_r)$ .

Ainsi, il existe sur  $A$  un unique coproduit  $\Delta$  vérifiant  $\Delta(\omega_1) = \omega_1 \otimes \emptyset + \emptyset \otimes \omega_1$  pour tout  $\omega_1 \in \Omega$ . La propriété de morphisme d’algèbres donne

$$\begin{aligned} \Delta(\omega_1 \omega_2) &= \Delta(\pi(\omega_1 \otimes \omega_2)) = \pi_2(\Delta(\omega_1) \otimes \Delta(\omega_2)) = \pi_2((\omega_1 \otimes \emptyset + \emptyset \otimes \omega_1) \otimes (\omega_2 \otimes \emptyset + \emptyset \otimes \omega_2)) \\ &= (\omega_1 \omega_2) \otimes \emptyset + \omega_1 \otimes \omega_2 + \omega_2 \otimes \omega_1 + \emptyset \otimes (\omega_1 \omega_2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta(\omega_1 \omega_2 \omega_3) &= \pi_2(\Delta(\omega_1 \omega_2) \otimes \Delta(\omega_3)) = (\omega_1 \omega_2 \omega_3) \otimes \emptyset + (\omega_1 \omega_2) \otimes \omega_3 + (\omega_1 \omega_3) \otimes \omega_2 + (\omega_2 \omega_3) \otimes \omega_1 \\ &\quad + \omega_3 \otimes (\omega_1 \omega_2) + \omega_2 \otimes (\omega_1 \omega_3) + \omega_1 \otimes (\omega_2 \omega_3) + \emptyset \otimes (\omega_1 \omega_2 \omega_3), \end{aligned}$$

et une formule générale qui fait intervenir des coefficients appelés “nombres de battages” (*shuffling* en anglais) :

$$\Delta(\underline{\omega}) = \sum_{\underline{\omega}^1, \underline{\omega}^2 \in \Omega^\bullet} \text{sh} \left( \begin{matrix} \underline{\omega}^1, \underline{\omega}^2 \\ \underline{\omega} \end{matrix} \right) \underline{\omega}^1 \otimes \underline{\omega}^2. \quad (1)$$

L’antipode est ici définie par  $S(\omega_1 \cdots \omega_r) = (-1)^r \omega_r \cdots \omega_1$  (puisque elle doit être linéaire, il suffit de donner son action sur les mots, son action sur  $A$  s’en déduit aussitôt).

Remarquons que, par définition, les mots d’une seule lettre sont des éléments primitifs de l’algèbre de Hopf que nous venons de décrire. On obtient de nouveaux éléments primitifs en considérant par exemple les éléments de la forme  $\omega_1 \omega_2 - \omega_2 \omega_1$ , avec  $\omega_1, \omega_2 \in \Omega$ , en vertu de la remarque faite à la fin du §1.1 (le produit  $\pi$  n’est pas commutatif).

## 1.3 Un second exemple : les algèbres de battage

L’espace vectoriel  $A$  que nous venons de considérer peut être muni d’une autre structure d’algèbre de Hopf, elle aussi très intéressante, c’est-à-dire qu’on peut définir un autre produit,  $\pi' : A \otimes A \rightarrow A$ , et un autre coproduit,

$\Delta' : A \rightarrow A \otimes A$  ; il s'agira en fait de définitions duales des précédentes. Quant à l'antipode, elle restera inchangée.

Par linéarité, il suffira de définir  $\pi'$  et  $\Delta'$  sur les mots. Cette fois-ci, c'est le coproduit qui est induit par la concaténation des mots : on pose  $\Delta'(\omega_1 \cdots \omega_r) = (\omega_1 \cdots \omega_r) \otimes \emptyset + \sum_{i=1}^{r-1} (\omega_1 \cdots \omega_i) \otimes (\omega_{i+1} \cdots \omega_r) + \emptyset \otimes (\omega_1 \cdots \omega_r)$ , soit encore  $\Delta'(\underline{\omega}) = \sum \underline{\alpha} \otimes \underline{\beta}$  avec une somme portant sur toutes les paires de mots  $(\underline{\alpha}, \underline{\beta})$  telles que  $\underline{\omega} = \underline{\alpha} \cdot \underline{\beta}$  (pour cette raison  $\Delta'$  est parfois appelé coproduit de déconcaténation ; ici encore les mots d'une lettre seront des éléments primitifs). Le nouveau produit, lui, fait intervenir les nombres de battages :

$$\pi'(\underline{\omega}^1 \otimes \underline{\omega}^2) = \sum_{\underline{\omega} \in \Omega^\bullet} \text{sh} \left( \frac{\underline{\omega}^1, \underline{\omega}^2}{\underline{\omega}} \right) \underline{\omega}$$

(on peut vérifier que cette formule donne naissance à un produit commutatif).

Il est utile de recourir à des symboles différents pour désigner les deux structures d'algèbres de Hopf que nous venons brièvement de décrire et qui ont le même espace vectoriel sous-jacent : la première,  $(A, \pi, \Delta, S)$ , sera notée  $A_c$  (pour rappeler que son produit est défini par concaténation) et la seconde,  $(A, \pi', \Delta', S)$ , sera notée  $A_b$  (pour rappeler que son produit est défini par battage).

Nous ne définirons pas ici les algèbres de Hopf introduites en théorie quantique des champs à la suite des travaux de Connes et Kreimer sur la renormalisation ; disons simplement qu'il faut remplacer les mots par des arbres, ou même des "forêts", et le battage par une opération plus compliquée.

## 2. Calcul moulien

### 2.1 Un exemple : linéarisation formelle d'un champ de vecteurs non résonant

Avant de parler du calcul moulien et de ses liens avec ce qui précède, montrons un problème classique de la théorie des systèmes dynamiques dans lequel il peut être employé.

Considérons un système de  $n$  équations différentielles analytiques,  $\dot{y}_1 = a_1(y_1, \dots, y_n), \dots, \dot{y}_n = a_n(y_1, \dots, y_n)$ , supposons que 0 soit solution et que le système linéarisé soit diagonal, de spectre  $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ . Le système linéarisé s'écrit

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = \lambda_1 y_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_n = \lambda_n y_n \end{cases} \quad (2)$$

et, d'après la formule de Taylor, le système complet s'écrit

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = a_1(y_1, \dots, y_n) = \lambda_1 y_1 + \sum a_{1,k} y^k \\ \vdots \\ \dot{y}_n = a_n(y_1, \dots, y_n) = \lambda_n y_n + \sum a_{n,k} y^k \end{cases} \quad (3)$$

avec, aux seconds membres, des sommations sur tous les multi-entiers  $k \in \mathbb{N}^n$  tels que  $|k| := k_1 + \dots + k_n \geq 2$  et la notation  $y^k = y_1^{k_1} \cdots y_n^{k_n}$ .

Faisons une hypothèse de "non-résonance" : on suppose que, pour tout  $m \in \mathbb{Z}^n$  non nul, le produit scalaire  $\langle m, \lambda \rangle$  est non nul. Il est alors bien connu, au moins depuis Poincaré, que les systèmes (2) et (3) sont formellement conjugués : on peut trouver  $n$  séries formelles  $\theta_1, \dots, \theta_n$  de  $n$  variables telles que le changement de fonctions inconnues  $y = (y_1, \dots, y_n) \mapsto \theta(y) = (\theta_1(y), \dots, \theta_n(y))$  fasse passer de l'un à l'autre. Cela a un intérêt théorique évident car les solutions de (2) sont connues ; en les injectant dans  $\theta$  on obtient la solution générale de (3) :  $t \mapsto \theta(u_1 e^{\lambda_1 t}, \dots, u_n e^{\lambda_n t})$ , avec  $n$  constantes d'intégration arbitraires  $u_1, \dots, u_n$ .

Le changement de variables formel  $\theta$  est uniquement déterminé si on lui impose d'être tangent à l'identité, c'est-à-dire  $\theta_i(y) = y_i + \sum_{|k| \geq 2} \theta_{i,k} y^k$ . Nous n'aborderons pas la question naturelle mais épineuse de la convergence des séries formelles  $\theta_i$ , notre but sera seulement de montrer la forme étonnamment concise sous laquelle le calcul moulien livre  $\theta$ .

D'un point de vue mathématique, les systèmes d'équations différentielles (2) et (3) donnent lieu à des champs de vecteurs

$$X^{\text{lin}} = \sum_{i=1}^n \lambda_i y_i \frac{\partial}{\partial y_i}, \quad X = \sum_{i=1}^n a_i(y) \frac{\partial}{\partial y_i},$$

que l'on peut considérer comme des opérateurs sur l'espace des séries formelles  $E = \mathbb{C}[[y_1, \dots, y_n]]$ . On peut alors recombinaison les coefficients  $a_{i,k}$  de façon à écrire

$$X - X^{\text{lin}} = \sum_{m \in \Omega} B_m, \quad B_m = \sum_{i=1}^n a_{i,m+e_i} y^m \cdot y_i \frac{\partial}{\partial y_i},$$

où l'ensemble  $\Omega$  est une certaine partie de  $\mathbb{Z}^n$  et l'on désigne par  $(e_1, \dots, e_n)$  la base canonique de  $\mathbb{Z}^n$ ; chaque  $B_m$  est alors un opérateur homogène de multi-degré  $m$  : il envoie un monôme  $y^k$  sur un multiple de  $y^{k+m}$ .

Pour un spectre donné non résonant  $\lambda$  (qui détermine un champ de vecteurs linéaire  $X^{\text{lin}}$ ), le problème particulier que nous considérons est donc codé par la donnée de la famille d'opérateurs  $(B_m)_{m \in \Omega}$ ; il s'agit de déterminer la conjugaison formelle  $\theta$  entre  $X^{\text{lin}}$  et  $X^{\text{lin}} + \sum B_m$ . Voici la solution : la somme infinie d'opérateurs

$$\Theta = \text{Id}_E + \sum_{r \geq 1} \sum_{m_1, \dots, m_r \in \Omega} V^{m_1, \dots, m_r} B_{m_1} \cdots B_{m_r}, \quad V^{m_1, \dots, m_r} = \frac{1}{\langle m_1 + \dots + m_r, \lambda \rangle} \frac{1}{\langle m_1 + \dots + m_{r-1}, \lambda \rangle} \cdots \frac{1}{\langle m_1, \lambda \rangle}, \quad (4)$$

définit un opérateur de  $E = \mathbb{C}[[y_1, \dots, y_n]]$  qui n'est autre que "l'opérateur de substitution" associé au  $\theta$  que nous cherchions,  $\Theta: f \mapsto f \circ \theta$ . On a donc  $\theta_i = \Theta y_i$  (on fait agir l'opérateur  $\Theta$  sur la série formelle réduite à un monôme du premier degré,  $y_i$ , vue comme élément de  $E$ ). En fait,  $\Theta$  est solution de l'équation de conjugaison

$$X = \Theta^{-1} X^{\text{lin}} \Theta \quad (5)$$

écrite dans l'algèbre des opérateurs de  $E = \mathbb{C}[[y_1, \dots, y_n]]$ .

## 2.2 Moules et algèbres de Hopf

La seconde partie de la formule (4) ci-dessus définit un "moule sur  $\Omega$ ", c'est-à-dire une famille de nombres dépendant d'un nombre variable de variables  $m_1, \dots, m_r \in \Omega$ . De façon équivalente, un moule sur  $\Omega$  est une fonction définie sur l'ensemble des mots  $\Omega^\bullet$  :

$$\underline{\omega} = m_1 \dots m_r \in \Omega^\bullet \mapsto V^{\underline{\omega}} = V^{m_1, \dots, m_r} \in \mathbb{C}.$$

Nous noterons  $V^\bullet$  cette fonction. Le mot "moule" reflète le caractère universel de cette famille de nombres pour le problème de conjugaison formelle que nous avons décrit : peu importe ce que sont les coefficients  $a_{i,k}$  du champ  $X$ , ce seront toujours les mêmes coefficients  $V^{m_1, \dots, m_r}$  qui donneront l'opérateur de conjugaison  $\Theta$  !

La première partie de la formule (4) est ce que l'on appelle un développement moulien : les valeurs du moule sont utilisés comme coefficients dans une somme infinie, appariés à des opérateurs  $\mathbf{B}_{m_1, \dots, m_r} := B_{m_1} \cdots B_{m_r}$ . La famille d'opérateurs  $\mathbf{B}_{m_1, \dots, m_r}$  est appelée un "comoule". Il est naturel de prolonger les définitions par  $\mathbf{B}_\emptyset := \text{Id}_E$  et  $V^\emptyset := 1$ , et de considérer que l'on a affaire à une sommation sur l'ensemble des mots :

$$\Theta = \sum_{\underline{\omega} \in \Omega^\bullet} V^{\underline{\omega}} \mathbf{B}_{\underline{\omega}}.$$

L'identité algébrique (5) n'est pas difficile à vérifier (voir [2] ou [4]§13), mais le fait que la somme  $\sum V^{\underline{\omega}} \mathbf{B}_{\underline{\omega}}$  définisse un opérateur de substitution mérite quelques explications.

Il s'agit de comprendre pourquoi l'opérateur  $\Theta$  défini par cette formule vérifie

$$\Theta(fg) = (\Theta f)(\Theta g) \quad \text{pour tous } f, g \in E \quad (6)$$

(cette propriété est essentiellement équivalente à l'existence d'un  $\theta$  tel que  $\Theta f = f \circ \theta$  pour tout  $f \in E$ ). Le point de départ sera l'observation que chaque  $B_m$  est lui-même un champ de vecteurs, donc un opérateur de dérivation, c'est-à-dire qu'il respecte la règle de Leibniz

$$B_m(fg) = (B_m f)g + f(B_m g) \quad \text{pour tous } f, g \in E.$$

On en déduit facilement que  $\mathbf{B}_{m_1, m_2} = B_{m_1} B_{m_2}$  vérifie

$$\mathbf{B}_{m_1, m_2}(fg) = (\mathbf{B}_{m_1, m_2} f)g + (\mathbf{B}_{m_1} f)(\mathbf{B}_{m_2} g) + (\mathbf{B}_{m_2} f)(\mathbf{B}_{m_1} g) + f(\mathbf{B}_{m_1, m_2} g),$$

et plus généralement (en utilisant  $\mathbf{B}_\emptyset = \text{Id}_E$  et en itérant la règle de Leibniz),

$$\mathbf{B}_{\underline{\omega}}(fg) = \sum_{\underline{\omega}^1, \underline{\omega}^2 \in \Omega^\bullet} \text{sh} \left( \frac{\underline{\omega}^1, \underline{\omega}^2}{\underline{\omega}} \right) (\mathbf{B}_{\underline{\omega}^1} f)(\mathbf{B}_{\underline{\omega}^2} g) \quad \text{pour tout } \underline{\omega} \in \Omega^\bullet,$$

avec les mêmes coefficients que dans la formule (1). Autrement dit, l'application  $\underline{\omega} \in \Omega^\bullet \mapsto \mathbf{B}_{\underline{\omega}} \in \text{Op}(E)$  se prolonge en une application linéaire  $\rho: A_c \rightarrow \text{Op}(E)$  qui est un morphisme d'algèbres (parce que  $\rho(\pi(\underline{\omega}^1 \otimes \underline{\omega}^2)) = \rho(\underline{\omega}^1 \cdot \underline{\omega}^2) = \rho(\underline{\omega}^1)\rho(\underline{\omega}^2)$ ) et aussi, dans un certain sens, un morphisme de coalgèbres.

Il est facile d'en déduire que, pour un moule quelconque  $M^\bullet$ , le développement moulien  $\Theta = \sum M^\omega \mathbf{B}_{\underline{\omega}}$  vérifie la propriété (6) dès que  $M^\bullet$  jouit de la propriété dite de "symétrie" :

$$\sum_{\underline{\omega} \in \Omega^\bullet} \text{sh} \left( \begin{array}{c} \underline{\omega}^1, \underline{\omega}^2 \\ \underline{\omega} \end{array} \right) M^\omega = M^{\omega^1} M^{\omega^2} \quad \text{pour tous } \underline{\omega}^1, \underline{\omega}^2 \in \Omega^\bullet. \quad (7)$$

Il se trouve que le moule  $V^\bullet$  défini par (4) est symétral, c'est-à-dire qu'il vérifie l'identité (7) (la démonstration se fait par récurrence sur la somme des longueurs de  $\underline{\omega}^1$  et  $\underline{\omega}^2$ ) ; voilà pourquoi la solution  $\Theta$  de (5) vérifie (6).

La propriété de symétrie d'un moule  $M^\bullet$  peut se reformuler en prolongeant  $\underline{\omega} \in \Omega^\bullet \mapsto M^\omega \in \mathbb{C}$  en une application linéaire  $v: A_b \rightarrow \mathbb{C}$  ; le membre de gauche de l'équation (7) s'interprète alors comme  $v(\pi(\underline{\omega}^1 \otimes \underline{\omega}^2))$  et cette équation dit que  $v$  est un morphisme d'algèbres à valeurs dans  $\mathbb{C}$ , c'est-à-dire un "caractère" de l'algèbre  $A_b$ .

Signalons pour terminer que l'antipode  $S$  de  $A_b$  est associée à l'inversion des opérateurs : on a

$$\Theta = \sum M^{m_1, \dots, m_r} \mathbf{B}_{m_1, \dots, m_r} = \sum v(\underline{\omega}) \mathbf{B}_{\underline{\omega}} \quad \Rightarrow \quad \Theta^{-1} = \sum (-1)^r M^{m_r, \dots, m_1} \mathbf{B}_{m_1, \dots, m_r} = \sum v \circ S(\underline{\omega}) \mathbf{B}_{\underline{\omega}}$$

pour tout moule symétral  $M^\bullet$ .

## Conclusion

Dans ce bref compte rendu, nous n'avons fait qu'effleurer le formalisme développé par Écalle à partir de la notion de moule et ses relations avec les algèbres de Hopf. Retenons que ce qu'Écalle appelle "moule symétral" est essentiellement équivalent à la donnée d'un caractère d'une algèbre de battage, alors qu'un comoule correspond plutôt à un morphisme d'une algèbre de concaténation à valeurs dans une algèbre d'opérateurs.

L'idée fondamentale qu'il conviendrait d'aborder à ce stade de l'exposé est celle "d'arborification"<sup>3</sup> ; plusieurs séances du groupe de travail lui ont été consacrées, nous renvoyons le lecteur désireux d'en savoir plus à l'article [2] ou à la page web du groupe de travail (<http://www.imcce.fr/fr/presentation/equipes/ASD/person/Sauzin/Hopf-moules.php>), dont la rubrique "Documents" contient un certain nombre d'article ou d'exposés. On pourra aussi consulter le court article [3] ou le texte plus long [4] pour d'autres exemples de calcul moulien, en liaison avec un problème de résurgence.

Le groupe de travail aura permis à des chercheurs travaillant dans des domaines apparemment très différents de se rencontrer et de s'initier mutuellement à leurs thèmes de recherche. Parmi les collaborations en cours directement issues de cette expérience, citons un projet de livre de F. Fauvet, F. Menous, F. Patras et D. Sauzin.

## Références

- [1] J. Écalle : *Les fonctions résurgentes*, Publ. Math. d'Orsay [Vol. 1 : 81-05, Vol. 2 : 81-06, Vol. 3 : 85-05] 1981, 1985.
- [2] J. Écalle : Singularités non abordables par la géométrie, *Ann. Inst. Fourier (Grenoble)* 42 (1992), no. 1-2, 73-164.
- [3] D. Sauzin : Initiation to mould calculus through the example of saddle-node singularities, *Rev. Semin. Iberom. Mat.* 3 fasc. V-VI (2008), 147-160.
- [4] D. Sauzin : Mould expansions for the saddle-node and resurgence monomials, 78 pages, à paraître in *Proc. Int. Conf. on Renormalization and Galois theories* (éd. A. Connes, F. Fauvet, J.-P. Ramis), Europ. Math. Soc. Publ. House, 2008 (<http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00197145/fr>).

<sup>3</sup>L'arborification a été utilisée par Écalle pour prouver des résultats de convergence dans des problèmes comme le problème de conjugaison formelle que nous avons décrit plus haut, moyennant une hypothèse diophantienne pour contrôler les "petits diviseurs"  $\langle m, \lambda \rangle$ . L'arborification a des rapports avec certaines algèbres de Hopf combinatoires construites avec des arbres.



# Dynamique des comètes du nuage de Oort

M. Fouchard et A. Vienne

## Introduction

En analysant la distribution en énergie orbitale des comètes à longue période, Oort [1] émit l'hypothèse de l'existence d'un réservoir de comète se trouvant aux confins du système solaire se trouvant entre 10 000 et 100 000 UA. Ce réservoir, qui prit le nom de nuage de Oort, devint donc la région source des comètes à longue période.

L'étude de la dynamique des comètes du nuage de Oort est particulièrement délicate puisqu'elle nécessite d'intégrer un grand nombre d'objets fictifs sur des échelles de temps de l'ordre de l'âge du système Solaire. Or, une telle étude est importante pour connaître l'histoire de notre système solaire et en particulier sa formation. En effet la masse totale du nuage de Oort est une contrainte importante des modèles de formation du système solaire. En outre, l'origine des comètes à longue période (période supérieure à 200 années) mais dont le demi-grand axe est inférieur à 10 000 UA, ainsi que celle des comètes de type Halley (période entre 20 et 200 années) sont encore très mal comprises. La compréhension de ces deux problèmes passe par une étude approfondie des comètes du nuage de Oort.

A de telle distance du Soleil, les comètes sont principalement perturbées par la marée galactique et les étoiles passant au voisinage du Soleil. Historiquement, seules les étoiles étaient initialement considérées ([1] en particulier). A partir du milieu des années 80, la marée galactique a commencé à être prise en considération, pour devenir le mécanisme dominant pour injecter des comètes du nuage de Oort vers les régions observables depuis la Terre [2].

Nous avons construit des modèles de perturbations stellaires et galactiques des comètes du nuage de Oort, qui sont à la fois rapides et fiables ([3], [4], [5], [6]). Ces modèles nous permettent de faire des simulations massives d'évolution d'un grand nombre de comètes du nuage de Oort.

Dans la première partie les résultats obtenus sur les effets des perturbations stellaires et galactiques sont présentées. La deuxième partie est consacrée à la modélisation des perturbations planétaires par une méthode de Monte Carlo.

## 1. La synergie entre la marée galactique et les étoiles passantes

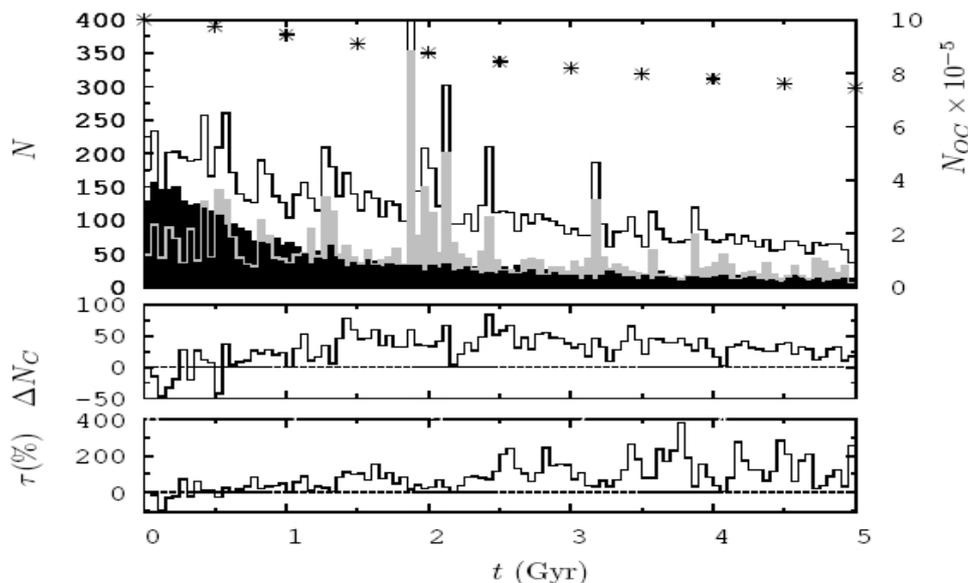
### 2.1 *La simulation*

Une nuage fictif de  $10^6$  comètes est intégré sur 5 Gyr. La distribution initiale des éléments orbitaux des comètes est telle que la distribution des demi-grands axes est proportionnelle à  $a^{-3/2}$ , celle de l'excentricité est proportionnelle à  $e$  et telle que le périhélie soit en dehors de la région planétaire du système solaire ( $q > 32$  UA), le cosinus de l'inclinaison galactique est réparti uniformément entre -1 et 1, et les autres angles uniformément entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ . Pour chaque comète l'intégration s'arrête si elle atteint une distance héliocentrique inférieure à 15 UA (en deçà d'une telle distance on suppose que les perturbations planétaires éjectent la comète du nuage de Oort), si elle dépasse une distance héliocentrique supérieure à 400 000 UA, auquel cas la comète est supposée perdue, ou encore si  $z=-l/a$  devient inférieur à -0.001 ( $a < 1$  000 UA) dans ce cas la comète n'est plus considérée comme faisant partie du nuage de Oort. On s'intéresse ensuite aux comètes dont la distance héliocentrique devient inférieure à 5 UA (région cible).

Trois simulations sont effectuées, une avec les perturbations galactiques seules, une avec les étoiles passant au voisinage du Soleil seules et une avec les deux effets.

## 2.2 Flux vers la région cible

La figure 1 montre le nombre de comètes injectées dans la région cible par période de 50 Myr pour les trois modèles, ainsi que la différence entre le nombre de comètes injectées avec le modèle combiné moins les nombres obtenus avec les modèles ou un seul effet est pris en considération.

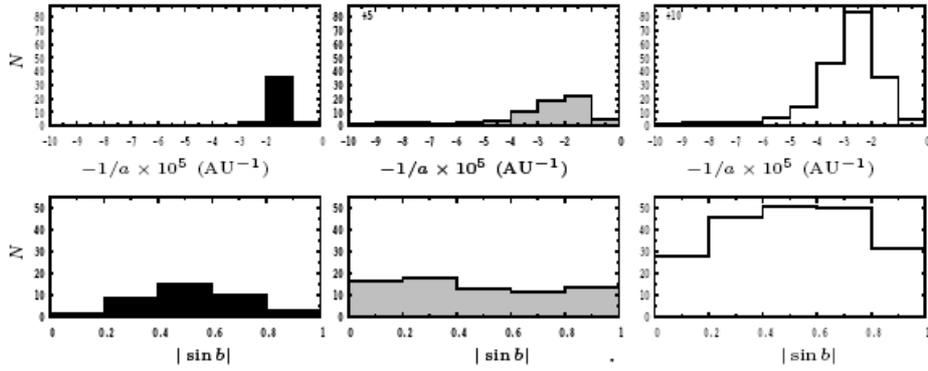


**Fig. 1 :** en haut : nombre de comètes atteignant des distances héliocentriques inférieures à 5 UA par période de 50 Myr (en noir pour le modèle avec marée, en gris pour le modèle avec les étoiles seules et en blanc avec les deux effets). Le nombre de comètes restant dans le nuage de Oort avec le modèle combiné est indiqué par les étoiles (échelle de droite). Les diagrammes du bas donnent le nombre de comètes avec le modèle combiné moins la somme des nombres obtenus avec un seul effet, en absolu (au milieu) et en relatif (en bas).

Le modèle combiné est clairement plus efficace que la somme de deux autres modèles, ce qui montre qu'il y a une synergie qui prend place entre la marée et les effets des étoiles passantes. Cette synergie n'est pas directement corrélée aux passages d'étoile comme le montrent les deux diagrammes du bas de la figure, et peut induire une augmentation du flux allant jusqu'à 400%. La synergie s'explique par le fait que les perturbations stellaires vont fournir à la marée des nouvelles comètes à injecter. En effet, lorsque la marée seule est présente, le processus étant quasi intégrable, les zones d'où la marée peut injecter des comètes vont se vider rapidement sans mécanisme de remplissage ([7] et [8]).

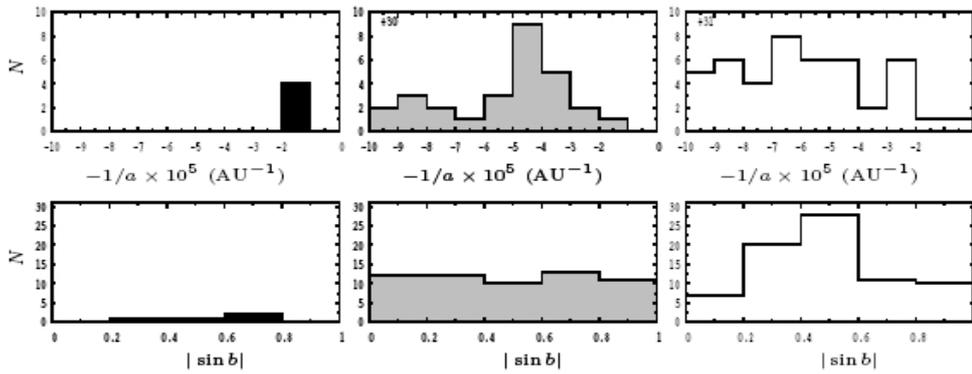
## 2.3 Les comètes injectées

La figure 2 montre la distribution de  $z = -l/a$  et des latitudes galactiques du périhélie des comètes entrant dans la région cible pendant 170 Myr en fin d'intégration. On voit ici que les distributions sont très différentes. En particulier l'accumulation de comètes avec le sinus de la latitude galactique vers 0.5 est caractéristique de la marée galactique. On voit ainsi que cette marque de la marée est visible pour les comètes injectées avec le modèle combiné. D'autre part on voit aussi qu'on a une synergie pour des comètes ayant une énergie orbitale telle que la marée seule n'est pas capable d'injecter de telles comètes. Ici, on peut montrer que les étoiles vont donner une contribution permettant à la marée d'injecter des comètes venant de régions internes du nuage [8].



**Fig. 2 :** distribution  $z=-1/a$  (où  $a$  est le demi-grand axe des comète) et de la latitude galactique du périhélie des comètes injectées avec les trois différents modèles (de gauche à droite: marée seule, étoiles seules et combiné) pendant une période calme (sans forte pluie cométaire) de 170 Myr en fin d'intégration.

La figure 3 montre la distribution de  $z=-1/a$  et de la latitude galactique des périhélie des comètes injectées dans la région cible pendant une pluie cométaire due à une étoile de type M5 (0.21 masse solaire) passant à 2 055 UA du Soleil à une vitesse de  $17 \text{ km.s}^{-1}$ . La chose remarquable ici est que la marque de la marée est toujours visible sur la distribution de la latitude galactique des périhélie. Ainsi on ne peut pas utiliser le fait qu'une telle marque existe pour les comètes à longue période réellement observées pour conclure qu'on est en dehors d'une pluie cométaire.



**Fig. 3 :** distribution de  $z=-1/a$  et de la latitude galactique du périhélie des comètes injectées avec les trois différents modèles (de gauche à droite: marée seule, étoiles seules et combiné) pendant une pluie cométaire de 10 Myr en fin d'intégration.

## 2. Modélisation des perturbations planétaires

## 2.4 *Le modèle*

Dans les simulations précédentes les perturbations planétaires étaient simplement modélisées par la limite de 15 UA en deçà de laquelle les comètes étaient supposées éjectées par les effets des planètes. Ceci permet d'étudier le flux de comète capable de sauter la barrière due aux perturbations de Jupiter, mais c'est évidemment très insuffisant si on veut modéliser aussi la diffusion (au sens de transport s'effectuant par une série de petits déplacements successifs) de comètes du nuage de Oort dans la région planétaire du système solaire. Or cette étape est essentielle pour mettre en évidence un lien éventuel avec les comètes de type Halley. Le problème des perturbations planétaires est que contrairement à la marée et aux étoiles on ne peut pas utiliser une formulation analytique permettant d'éviter des intégrations numériques directes, trop coûteuses en temps CPU. Ainsi c'est par des méthodes statistiques que les perturbations planétaires doivent être modélisées.

On est en train de mettre en place un méthode de type Monte Carlo constituée de deux étapes. La première consiste à intégrer numériquement le passage d'un grand nombre de comètes du nuage de Oort dans la région planétaire du système solaire en tenant compte de l'effet des 4 planètes géantes. Cet ensemble de comètes est telle que les distances périhéliques sont réparties de manière uniforme entre 0 et 32 UA, les cosinus de l'inclinaison écliptique sont répartis uniformément entre -1 et 1, les anomalies moyennes telle que le passage au périhélie se fasse entre 500 et 1500 années après le début de l'intégration et de manière uniforme et les autres angles de manière uniforme entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ .

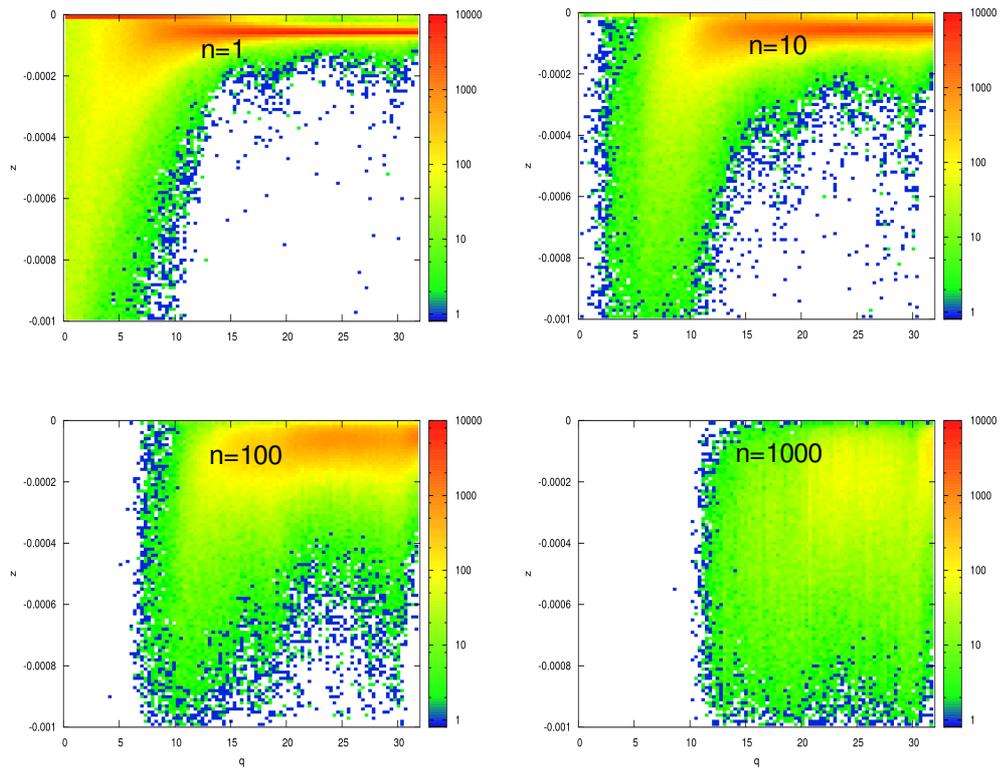
Pour chaque comète on considère la différence entre ses éléments orbitaux à son premier passage à l'aphélie (ou après 2000 ans d'intégration) et ceux au début de l'intégration. Ces différences nous donne ce qu'on appelle une perturbation. Chaque comète donnant une perturbation, on obtient ainsi un ensemble de perturbations réparties uniformément dans le plan  $q - \cos i$  (où  $q$  est la distance périhélique et  $i$  l'inclinaison écliptique). On subdivise alors ce plan en cellule élémentaire de manière uniforme. Chaque cellule se voit ainsi attribuer un ensemble de perturbations. Cette étape est effectuées un fois pour toute. Dans notre cas près de 10 millions de perturbations ont été calculées.

La deuxième étape consiste à utiliser ces ensembles de perturbations comme intégrateur synthétique. Pour cela, une fois défini un ensemble de comètes fictives, les perturbations planétaires sont modélisées en choisissant au hasard une perturbation dans l'ensemble attribué à la cellule dans laquelle se trouve la distance périhélique et le cosinus de l'inclinaison d'une comète pour chaque passage au périhélie. La perturbation est ensuite appliquée aux élément orbitaux de la comète considérée. Contrairement aux simulations avec la marée galactique ou les étoiles passantes, l'intégration d'une comète ne s'arrête que lorsqu'elle atteint des distances héliocentriques supérieures à 400 000 UA ou si  $z = -1/a$  est inférieur  $-0.001$  ( $a = 1\ 000$  UA).

## 2.5 *Premières simulations*

On choisi  $10^6$  comètes ayant toutes un demi-grand axe initial de 20 000 UA, une distance périhélique répartie uniformément entre 0 et 32 UA, un cosinus de l'inclinaison écliptique répartie de manière uniforme entre -1 et 1 et les autres angles uniformément entre  $0^\circ$  et  $360^\circ$ . On modèle alors leur mouvement sous l'effet des perturbations planétaires en utilisant la méthode de Monte Carlo décrite précédemment.

La figure 4 montre la densité de comètes dans le plan  $q - 1/a$  après 1, 10, 100 et 1000 passages au périhélie. L'effet de chaque planète est clairement visible avec des lignes de diffusion le long des distance périhéliques égales au demi-grand axe de chaque planète. On notera en particulier l'efficacité de Jupiter pour éjecter pratiquement toutes les comètes à moins de 5 UA en moins de 10 passages au périhélie ainsi que l'influence des perturbations indirectes de Jupiter sur le Soleil pour les comètes ayant une distance périhélique inférieure à 2 UA.



**Fig 4 :** densité de comètes dans le plan  $q - 1/a$  après 1, 10, 100 et 1000 passages au périhélie sous l'effet des perturbations planétaires seules.

## Conclusion

Nous avons pu montrer que, du fait de la mise en place d'une synergie, on ne pouvait pas faire une étude à long terme de la dynamique des comètes du nuage de Oort sans tenir compte simultanément des effets de la marée galactique et des étoiles passantes. D'autres part, on a pu voir que même pendant une pluie cométaire la marque de la marée était visible. Il n'est donc pas possible d'utiliser cette information comme une indication qu'on serait actuellement en dehors d'une pluie cométaire.

La modélisation des perturbations planétaires va se faire par le biais d'une méthode de Monte Carlo. Cette méthode a encore besoin d'être finalisée, mais on a pu déjà voir les effets des planètes géantes, et en particulier ceux de Jupiter, ainsi que les effets des perturbations indirectes de Jupiter sur le Soleil sur la diffusion de comètes dans la région planétaire du système solaire.

## Références

- [1] Oort, J. H., "The structure of the cloud of comets surrounding the Solar System and a hypothesis concerning its origin". Bull. Astron. Inst. Neth., 2008, **11**, 91–110.
- [2] Duncan, M., T. Quinn, and S. Tremaine, "The formation and extent of the solar system comet cloud". Astron. J., 1987, **94**, 1330–1338.

- [3] Fouchard M., Froeschlé Ch., Rickman H. and Valsecchi G.B., "Methods to Study the Dynamics of the Oort Cloud Comets I: Modelling the Stellar Perturbations ", Topics in Gravitational dynamics, 2007, *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, **729**, Benest D., Froeschlé Cl. and Lega E. eds., pp 255-270
- [4] Fouchard M., Froeschlé Ch., Breiter S., Ratajczak R., Valsecchi G.B. and Rickman H., "Methods to Study the Dynamics of the Oort Cloud Comets II: Modelling the Galactic Tide", Topics in Gravitational dynamics, 2007, *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, **729**, Benest D., Froeschlé Cl. and Lega E. eds., pp 271-293
- [5] Breiter S., Fouchard M., Ratajczak R. and Borczyk W., "Two fast integrators for the Galactic tide effects in the Oort Cloud", *MNRAS*, 2007, **377**, pp 1151-1162
- [6] Rickman H., Fouchard M., Valsecchi G.B. and Froeschlé Ch., "Algorithms for Stellar Perturbation Computations on Oort Cloud Comets", *Earth Moon and Planets*, 2005, **97**, 411-434
- [7] Fouchard M., Froeschlé Ch., Valsecchi G.B. and Rickman H., "Long-term effects of the Galactic tide on cometary dynamics", *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2006, **95**, 299-326
- [8] Rickman H., Fouchard M., Froeschlé Ch., and Valsecchi G.B., "Injection of Oort Cloud Comets: The Fundamental Role of Stellar Perturbations", accepted for publication in *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2008.

# L'équinoxe sur Jupiter et Saturne en 2009

J.-E. Arlot, W. Thuillot

## Introduction

En 2009, ce sera l'équinoxe sur Saturne et Jupiter, c'est-à-dire que le Soleil se trouvera dans le plan équatorial de ces planètes permettant d'effectuer certaines observations spécifiques. Les anneaux de Saturne auront « disparu », les satellites s'éclipseront et s'occulteront mutuellement mais les observations dépendront d'autres conditions, comme la déclinaison des planètes et la date de l'opposition.

## 1. L'équinoxe sur Jupiter et Saturne

En 2009, le Soleil va traverser le plan équatorial des planètes Jupiter et Saturne. Ce plan est aussi celui des anneaux ainsi que celui des orbites des principaux satellites. La Terre traversera également ce plan car elle suit le Soleil de près, vu depuis Jupiter ou Saturne. Les figures 1 montre la déclinaison planétocentrique de la Terre et du Soleil. L'annulation de celle du Soleil correspond à l'équinoxe sur la planète. La date de l'opposition, période favorable aux observations depuis la Terre, est indiquée sur ces figures. On retrouvera les valeurs des dates de ces phénomènes dans la table 1.

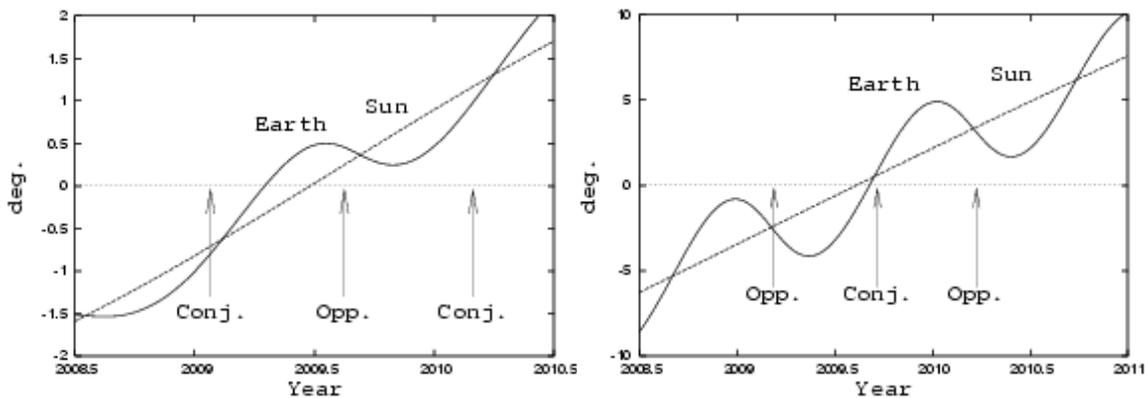


Fig. 1 : Déclinaisons jovientriques du Soleil et de la Terre (à gauche) et déclinaisons saturnicentriques du Soleil et de la Terre (à droite)

La figure 2 montre une observation réalisée au Pic du Midi en 1995 lors de l'équinoxe précédente sur Saturne : les satellites sont plus facilement observables du fait de la disparition des anneaux.

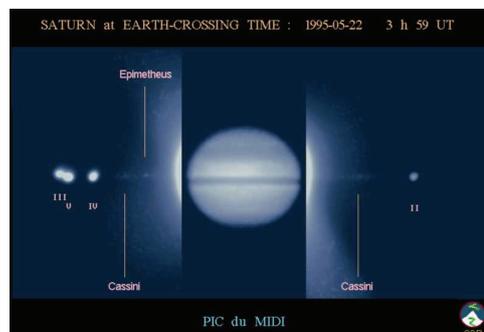
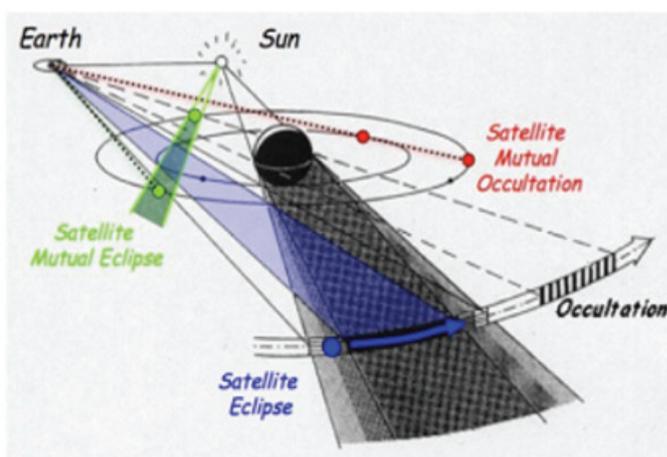


Fig. 2 : Le système de Saturne à l'équinoxe de 1995 (Pic du Midi)

## 1.1 Les phénomènes

Les phénomènes classiques d'occultation ou d'éclipse par la planète se produisent plus particulièrement aux alentours de l'équinoxe sur une période de plusieurs années du fait de la taille importante de la planète. Dans le cas de Jupiter, à l'exception du satellite J-4 et parfois du satellite J-3 plus lointains, les satellites sont occultés et éclipsés en permanence. Ce n'est pas le cas des phénomènes mutuels entre satellites. Ceux-ci ayant leurs orbites dans un plan commun, le plan équatorial de la planète, à chaque orbite, il y a une possibilité d'occultation ou d'éclipse mutuelles entre satellites, dépendant des faibles inclinaisons des orbites. La figure 3 montre toutes les possibilités de phénomènes.

Ces phénomènes ne sont observables que sous certaines conditions. La table 1 donne les principales dates : l'opposition date autour de laquelle les observations sont possibles, la conjonction, lorsque les observations ne sont plus possibles, les dates de passage de la Terre et du Soleil dans le plan équatorial de la planète et enfin la déclinaison des planètes qui montrent depuis quel hémisphère les observations seront le plus aisé à réaliser.



**Fig. 3** : Les phénomènes classiques (schéma)

**Table 1**

	<b>Jupiter</b>	<b>Saturne</b>
Opposition	14 août	9 mars
Conjonction avec le Soleil	24 janvier	18 septembre
Passage du Soleil dans le plan équatorial de la planète (équinoxe)	22 juin	12 août
Passage de la Terre dans le plan équatorial de la planète (disparition des anneaux)	15 avril	4 septembre
Déclinaisons des planètes	-20 à -13 deg.	0 à 8 deg.

## 1.2 Les observations

Ces observations nécessitent un réseau d'observateurs. En effet, les dates de phénomènes étant impératives, il faut disposer d'un site depuis lequel l'observation est possible, c'est-à-dire depuis lequel la planète est suffisamment haute dans le ciel et le Soleil couché. Il faut une bonne répartition des sites en longitude. Il faut aussi pouvoir pallier aux aléas de la météorologie et donc de disposer de plusieurs sites d'observation pour une même zone en longitude. La figure 4 montre les sites d'observation ayant déjà observé ce type de phénomènes.

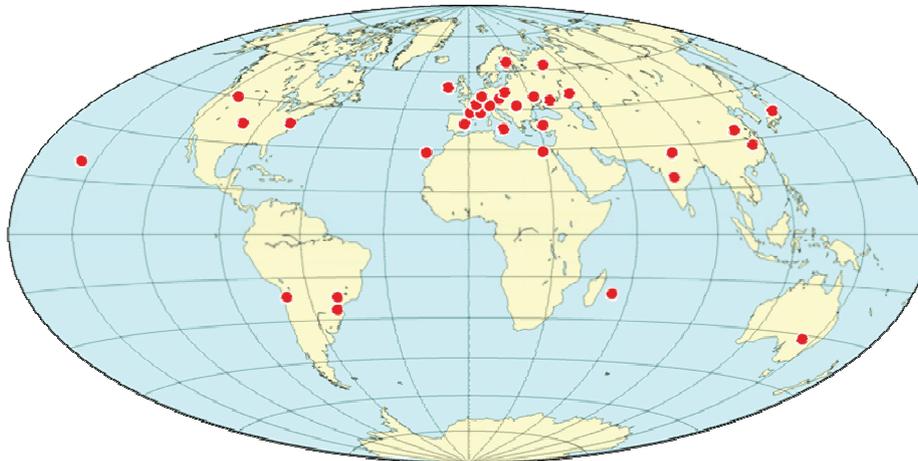


Fig. 4 : Les sites d'observation

Table 2 : Bilan des campagnes d'observation

	Number of light curves	Number of sites	Number of observed events	Number of observable events
<b>Jupiter</b>				
1973	91	N A	65	176
1979	18	7	9	60
1985	166	28	64	248
1991	374	56	111	221
1997	275	42	148	390
2003	361	42	116	360
2009				237
<b>Saturn</b>				
1980	14	6	13	213
1995	66	16	43	182
2009				131
<b>Uranus</b>				
2007 (*)	16	7	12	193

(\*): more observations should be available soon

Les équinoxes sont séparés de 6 ans pour Jupiter et de 15 ans pour Saturne (de 42 ans pour Uranus). Des campagnes d'observation ont déjà eu lieu et la table 2 fait le bilan des observations réalisées et des phénomènes observés.

Nous disposons maintenant de nombreux phénomènes observés et l'expérience a montré qu'ils permettaient d'accéder à une précision astrométrique relative bien plus grande que celle des observations de positions classiques. Les tables 3 et 4 montrent les précisions comparées des observations. Il faut bien comprendre que les observations de phénomènes concernent des configurations géométriques dans l'espace à un instant donné, ce qui revient à faire une mesure en kilomètres dans l'espace. La précision angulaire sera d'autant meilleure que l'objet observé est loin de l'observateur.

**Table 3** : Les précisions des différents types d'observation

Type d'observation	Précision en mas	Précision en km
Eclipses par Jupiter	150	450
Plaques photographiques	100	300
Méridien automatique	30	100
Plaques numérisées	30	100
Observations CCD	30	100
Phénomènes mutuels	10	30

## 2. Quel avenir pour les observations de phénomènes mutuels ?

La table 3 montre un avantage certain en précision pour les phénomènes mutuels. Cependant, la précision des observations classiques augmente avec l'arrivée de catalogues de plus en plus précis. Le catalogue Gaia devrait permettre d'obtenir des positions avec une précision de 10 mas. Cependant la précision des phénomènes mutuels peut encore augmenter. Nous avons l'expérience des observations et nous savons que l'on peut encore augmenter la qualité photométrique des observations.

La table 4 montre l'évolution des techniques au cours du temps.

**Table 4**

	Photométrie	Astrométrie
1880-1960	-éclipses	-photographies -positions long foyer
1970	-phémus photométriques	-méridien automatique
1985	-phémus CCD	-positions CCD
1995		-UCAC2
2002	-phémus lois de diffusion	-scan photographies
2012		-GAIA

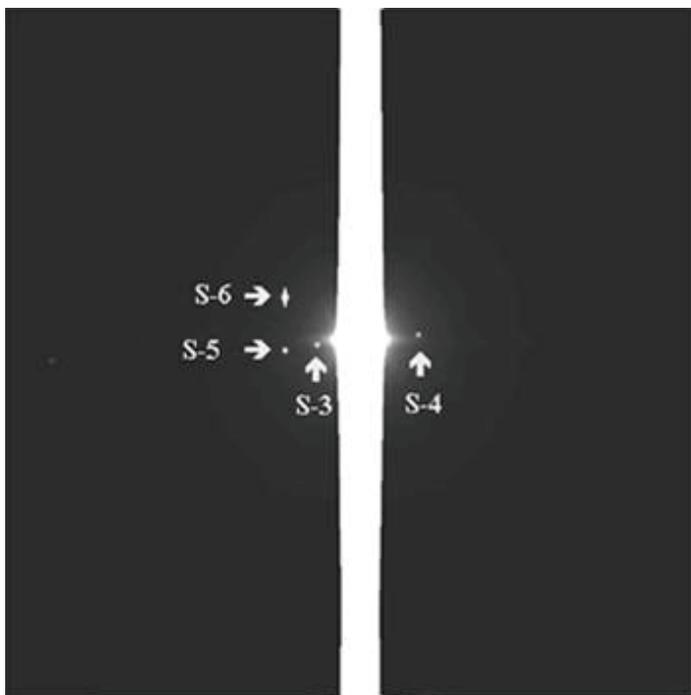
Un inconvénient des phénomènes mutuels est qu'ils ne sont observables qu'à l'équinoxe de la planète. Il faut donc trouver une solution de continuité pour éviter de se retrouver avec des trous dans l'échantillonnage d'observations. Les observations CCD classiques se heurtent à un problème qui peut surprendre : les satellites de Jupiter et Saturne sont trop brillants et il est difficile d'obtenir une image de ces satellites simultanément avec des étoiles de catalogue dans le même champ. La figure 5 montre une image des satellites de Jupiter et la figure 6 une image des satellites de Saturne : aucune étoile n'est visible dans le champ et, dans le cas de Saturne, Titan est saturé et non mesurable. Il faudra résoudre ce problème. En attendant, les observations méridiennes sont possibles mais on obtient ainsi une observation isolée par jour ce qui peut poser un problème d'échantillonnage.

### *Les biais*

Les observations de positions classiques ont un biais dû à la date d'opposition et aussi à la nécessaire position proche de l'élongation maximale pour éviter la brillance de la planète. Les observations méridiennes ont un biais dû à la position calculée de la planète. Les observations de phénomènes mutuels ont un biais dû à la nécessité de la proximité de l'équinoxe. Ainsi, la multiplicité des types différents d'observation est souhaitable pour éviter d'avoir un seul biais.



**Fig. 5 : Satellites galiléens (OHP T80)**



**Fig. 6 : Satellites de Saturne (OHP T120)**

### 3. Les prédictions des phénomènes par la planète et des phénomènes mutuels des satellites de Saturne

Nous avons réalisé les prédictions des phénomènes des satellites de Saturne pour le prochain passage par l'équinoxe [1]. La table 5 donne le bilan quantitatif des phénomènes mutuels. Ce sont ces phénomènes qui donneront les résultats les plus intéressants, car astrométriquement extrêmement précis. Mais les huit satellites principaux de Saturne présentent également des phénomènes d'éclipses et d'occultations par Saturne, de passages d'ombres sur la planète et de passages devant la planète. Contrairement aux phénomènes analogues des satellites de Jupiter, les phénomènes des satellites de Saturne ne se produisent que tous les quinze ans, au même titre que les phénomènes mutuels. La table 6 donne la liste des éclipses de Titan par la planète.

**Table 5.** nombre d'événements (1) non observables, (2) facilement observable, (3) d'éclipses mutuelles facilement observables, (4) d'occultations mutuelles facilement observables, (5) d'éclipses facilement observables - (6) écart angulaire au Soleil en degrés.

Dates	Number of events					
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
2008	Sept.	1	0	0	0	10
	Oct.	4	1	0	1	36
	Nov.	3	0	0	0	63
	Dec.	23	9	0	9	92
2009	Jan.	19	9	1	8	123
	Feb.	6	2	1	1	155
	Mar.	7	1	1	0	172
	Apr.	8	3	3	0	140
	May	25	4	4	0	110
	June	56	13	13	0	81
	July	127	40	39	1	54
	Aug.	85	31	21	10	28
	Sept.	38	7	5	2	3
	Oct.	16	4	4	0	24
	Nov.	5	0	0	0	51
	Dec.	1	1	1	0	80
2010	Jan.	1	0	0	0	110
	Feb.	2	1	1	0	141
	Mar.	0	0	0	0	173
	Apr.	4	1	0	1	154
	May	6	2	0	2	123
	June	4	2	0	2	94

**Table 6.** Dates des éclipses de Titan par Saturne. (1) date (mois, jour) (2) h, m, s, (3) demi durée en secondes, (4) écart angulaire au limbe de la planète, (5) et (6) coordonnées différentielles X et Y du centre du satellite au centre de Saturne en rayon de la planète, (7) début d'éclipse (D) ou fin d'éclipse (R).

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
2009						
04 05	13 37 32	729	10	1.7	-1.1	R
04 21	13 10 12	636	15	2.3	-1.2	R
05 07	12 39 24	577	18	2.7	-1.2	R
05 23	12 05 54	538	20	2.9	-1.2	R
06 08	11 30 3	511	20	3.0	-1.1	R
06 24	10 51 59	492	18	3.0	-0.9	R
07 10	10 11 47	481	16	2.8	-0.8	R
07 26	9 29 26	476	13	2.5	-0.5	R
10 29	23 14 26	587	11	-2.0	1.0	D
11 14	22 40 21	650	14	-2.3	1.2	D
11 30	22 09 49	749	16	-2.5	1.4	D
12 16	21 44 51	932	18	-2.5	1.6	D
12 17	1 08 49	934	11	-1.5	1.6	R
2010						
01 01	21 31 23	1432	17	-2.4	1.7	D
01 01	23 45 58	1440	13	-1.7	1.7	R

### Conclusion

Les observations de phénomènes mutuels resteront encore les plus précises mais en nombre limité et devront être accompagnées d'autres types d'observations pendant les périodes intermédiaires. L'opportunité de 2009 pour Jupiter et Saturne doit être saisie en prenant les précautions nécessaires à l'obtention d'une précision astrométrique maximale.

### Références

[1] J.-E. Arlot, W. Thuillot : Predictions of the events of the satellites of Saturn during the 2009 equinox, *A&A* 485, 293-298, 2008.

# Le système d'Uranus : astrométrie et observation de phénomènes

J.-E. Arlot, V. Lainey, F. Colas, W. Thuillot, F. Vachier, M. Birlan, B. Sicardy

## Introduction

Le système d'Uranus présente des caractéristiques particulières comme sa grande distance à la Terre qui diminue la précision astrométrique d'observation, l'inclinaison de l'axe de rotation de la planète qui nous montre le système vu du pôle pendant des dizaines d'années et aussi des similitudes avec les systèmes de Jupiter et Saturne, comme la présence de gros satellites telluriques, d'anneaux et de petits satellites proches des anneaux. L'équinoxe a eu lieu en décembre 2007 permettant de voir le système "par la tranche". Cette opportunité a permis d'effectuer des observations particulières. Nous allons voir les premiers résultats obtenus.

## 1. Le système d'Uranus

### 1.1 *La dynamique des gros satellites*

Les gros satellites d'Uranus ont fait l'objet de plusieurs études théoriques et l'on dispose aujourd'hui de plusieurs modèles du mouvement de ces corps :

- le modèle le plus ancien est GUST86 construit sous forme analytique par Laskar et Jacobson [1] à partir d'observations réalisées de 1911 à 1986.
- le modèle le plus récent est LA06 construit à partir d'une intégration numérique de V. Lainey [2] sur des observations réalisées de 1950 à 2005.
- notons aussi le modèle GUST06 qui correspond à GUST86 réajusté sur de nouvelles observations par N. Emelianov et le modèle URA083 du JPL proposé par R. A. Jacobson ajusté sur des observations récentes.

### 1.2 *Les petits satellites*

Les observations des petits satellites orbitant à l'intérieur de l'orbite de Miranda sont rares car ils sont difficiles à observer. Des travaux récents et des observations HST [3] ont permis d'avoir un modèle de mouvement mais des observations plus récentes sont maintenant nécessaires du fait de la rapidité de ces objets pour tester le modèle.

### 1.3 *L'équinoxe de 2007*

La révolution d'Uranus autour du Soleil étant de 84 ans, l'équinoxe survient sur cette planète tous les 42 ans. A cette date, le Soleil (et la Terre qui se trouve très près du Soleil vu d'Uranus) passe dans le plan équatorial d'Uranus si bien que les anneaux semblent disparaître. Les satellites ont leurs orbites dans ce plan équatorial et ainsi, au moment de l'équinoxe, des occultations et des éclipses mutuelles vont se produire. Il est à noter que les satellites d'Uranus sont vus la plupart du temps depuis le pôle de leurs orbites : l'inclinaison relative des orbites est ainsi mal connue et on voit bien tout l'intérêt des observations réalisées à des dates proches de l'équinoxe quand les orbites sont vues "par la tranche". La figure n°1 montre la déclinaison uranocentrique du Soleil et de la Terre, ainsi que les dates d'opposition Uranus-Soleil.

## 2. Les observations

### 2.1 *La précision des observations*

La précision des observations de phénomènes est en kilomètres car on observe un phénomène géométrique dans l'espace. Plus le phénomène a lieu loin de la Terre, plus la précision angulaire sera forte. La table n°1 compare les précisions selon les différents types d'observation. Chaque type d'observation a cependant ses propres biais : la position de la planète pour les observations méridiennes qui ne concernent qu'un seul objet à la fois, la date de l'opposition pour les observations de positions classiques et la période de l'équinoxe pour les phénomènes. Ainsi

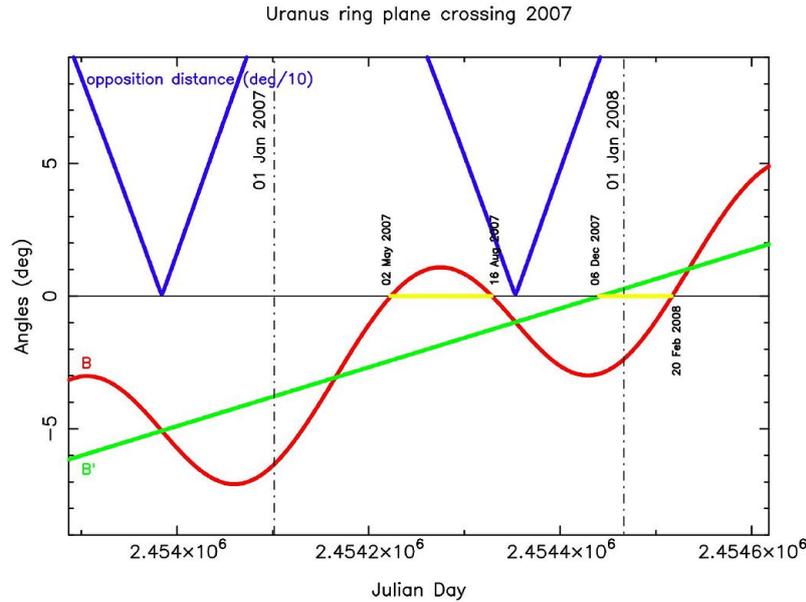


FIG. 1: Déclinaison uranocentrique de la Terre et du Soleil

TAB. 1: La précision des différents types d'observation des satellites d'Uranus

Type d'observation	Précision en mas	Précision en km
Méridien automatique	15	150
Positions CCD	15	150
Phénomènes mutuels	5	50

toutes ces observations sont nécessaires même si les phénomènes donnent des observations plus précises, mais beaucoup plus rares.

## 2.2 Les buts poursuivis

Pourquoi réaliser toutes ces observations ? En fait, il est nécessaire de vérifier que les modèles construits jusqu'ici ne s'écartent pas trop des observations. Ces modèles peuvent être réajustés sur de nouvelles observations dans plusieurs buts :

- obtenir une éphéméride de meilleure qualité pour les années à venir ;
- ajuster divers paramètres physiques mal déterminés du fait du manque d'observations (par exemple les inclinaisons des orbites pour lesquelles la plupart des observations anciennes fournissent peu d'informations, mais aussi les effets de marée planète-satellites et satellites-planète) ;
- déterminer la précession d'Uranus grâce à une meilleure connaissance de l'évolution du plan orbital des satellites qui n'est autre que le plan équatorial de la planète.

## 2.3 Les observations de phénomènes mutuels en 2007

Les phénomènes mutuels des satellites d'Uranus sont plutôt difficiles à observer : magnitude faible (13.8 pour Titania à 16.5 pour Miranda), distance à Uranus faible (élongation maximale de 10 arcsec pour Miranda à 47 arcsec pour Obéron). Si les phénomènes se déroulant "loin" de la brillante Uranus (magnitude 5) sont observable dans un télescope à partir de 40 cm d'ouverture, les phénomènes proches de la planète ne peuvent être observés qu'en optique adaptative ou dans la bande infra rouge K' dans laquelle la planète Uranus est particulièrement sombre (voir la figure n°2 qui montre le système d'Uranus vu au VLT, en optique adaptative + filtre K'). Bien entendu, l'utilisation d'un filtre K' étroit nécessite un télescope plus important. La figure n°2 montre une image obtenue avec le VLT et la figure n°3 avec le NTT (ESO-La Silla), d'ouverture 3.5 m. Pour ce télescope, le filtre utilisé est



FIG. 2: Le système d'Uranus le 8 décembre 2007 au VLT (Paranal) : camera NACO, filtre K', pose 60 sec

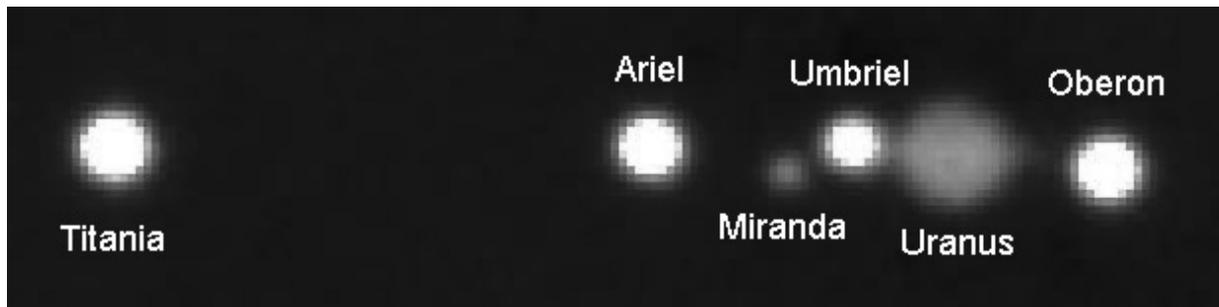


FIG. 3: Le système d'Uranus le 10 juillet 2007 au NTT (La Silla) : camera SOFI

K' mais il n'y a pas d'optique adaptative. La table n°2 fait le bilan des observations réalisées. Enfin, la figure n°4 montre la courbe de lumière issue des observations VLT du 8 décembre 2007. Il s'agit d'une éclipse de Titania par Umbriel.

#### 2.4 L'astrométrie des petits satellites

Les images réalisées lors de phénomènes mutuels ne permettent pas de détecter les petits satellites intérieurs à l'orbite de Miranda car les poses ne sont pas assez longues (3 secondes seulement) et les petits satellites ont des magnitudes au-delà de 20. Nous avons donc effectué des poses plus longues (60 secondes) de part et d'autre du phénomène mutuel. La figure n°2 montre les petits satellites Puck et Portia (magnitude 20 et 21). L'image n'a pas été traitée : on a seulement soustrait le fond de ciel et le "dark". Des positions ont été déduites de ces observations en utilisant les gros satellites comme références astrométriques. Les comparaisons avec le modèle publié par Showalter et al. [3] sont très favorables. Ce modèle ne s'est pas dégradé depuis 2006 et les résidus sont très petits.

### 3. Interpretation des résultats

La table n°3 donne les valeurs des paramètres observés et calculés en ce qui concerne l'observation de l'éclipse de Titania par Umbriel le 8 décembre 2007 au VLT. Le résidu en datation du minimum de distance entre les satellites est de -146 secondes avec GUST86 et de -20 secondes pour LA06. Ce résultat est à comparer avec celui de

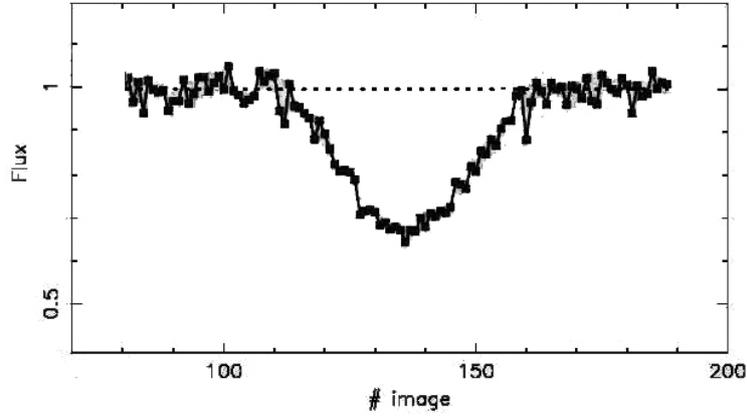


FIG. 4: Umbriel U-2 éclipse Titania U-3, le 8 décembre 2007 à 1h 52m UTC

TAB. 2: Les phénomènes mutuels observés (dates en 2007 sauf si autre année indiquée)

Sites d'observation	nombre d'obs.	Phénomènes observés
NTT-La Silla, Chili	5	10-07 5E2 ; 06-08 1O5 ; 13-08 1O2 ; 19-08 2O1 ; 29-09 5O1
LNA-Itajuba, Brésil	3	13-08 1O2 ; 14-08 2O4 ; 19-09 2O1
Tubitak, Turquie	2	14-08 2O4 ; 04-01-2008 1E5 ;
Makes, Reunion	2	29-11 2E4 ; 30-11 3E4
VLT-Paranal, Chili	1	08-12 2E3
Faulkes-Siding Spring, Australia	1	04-05 4O2
TNG-Canaries, Espagne	1	06-08 4O2
Hanle-Himalaya, Inde	1	26-07 1E5
IRTF-Hawaii, USA	1	30-07 5E4
Marseille, France	1	30-11 3E4
Sabadell, Espagne	1	30-11 3E4
Pic du Midi, France	1	

**TAB. 3:** Comparaison observation et calcul de l'éclipse de Titania par Umbriel le 8 décembre 2007

	date minimum UTC	chute de flux de 0 à 1	paramètre d'impact en km
GUST86	1h 55m 37s	0.417	425
LA06	1h 57m 43s	0.218	790
observation	1h 58m 03s	0.11	619

Hidas et al. [4] qui est de -141 secondes avec GUST86 et de -16 secondes avec LA06 pour une occultation d'Umbriel par Obéron. On a la confirmation qu'une théorie ajustée sur des observations récentes sera plus précise pour le mouvement en longitude dans l'orbite. En ce qui concerne le paramètre d'impact, le résidu est de 194 km pour GUST86 et de -171 km pour LA06 pour l'éclipse du 8 décembre, ces valeurs sont proches en valeurs absolues : les observations récentes n'ont pas amélioré le modèle d'inclinaisons relatives des orbites. Les phénomènes mutuels pourront le faire mais de nouvelles observations astrométriques sont nécessaires.

### Conclusion

La période de l'équinoxe a permis la réalisation d'observations de phénomènes mutuels ainsi que d'images astrométriques des satellites principaux mais aussi des petits satellites intérieurs. Comme prévu, il y a un manque d'information sur les inclinaisons des orbites des satellites et il serait utile de poursuivre des observations astrométriques classiques pendant que le système d'Uranus est encore bien observable "par la tranche". La précession d'Uranus pourrait être déduite de ces observations.

### Références

- [1] Laskar J., Jacobson R.A. : 1987, GUST86 - an analytical ephemeris of the Uranian satellites, *Astron. Astrophys.* 188, 212
- [2] Arlot J.E., Lainey V., Thuillot W. : 2006, Predictions of the mutual events of the Uranian satellites occurring in 2006-2009, *Astron. Astrophys.* 456, 1173
- [3] Showalter, Mark R. ; Lissauer, Jack J. : 2006, The Second Ring-Moon System of Uranus : Discovery and Dynamics, *Science* vol.311, Issue 5763, pp. 973-977
- [4] Hidas M. G., Christou A.A., Brown T.M. : 2008, An observation of a mutual event between two satellites of Uranus, *MNRAS* 384, L38



# Étude en 3 dimensions de la rotation de Titan

B. Noyelles, A. Lemaître (FUNDP, Namur) & A. Vienne

## Introduction

À l’instar de la plupart des satellites naturels, Titan est en rotation synchrone. Il s’agit d’un état d’équilibre dynamique qui a pour conséquence que Titan présente toujours la même face à un éventuel observateur saturnien.

L’étude de la rotation d’un corps nécessite de connaître des paramètres de son champ de gravité qui traduisent son asphéricité. Malheureusement, de tels paramètres ne peuvent être connus avec une bonne précision que grâce aux survols des sondes spatiales, ce qui a interdit l’étude de la rotation des satellites naturels, à l’exception de la Lune, pendant de nombreuses années. Récemment, les premiers survols de Titan par la sonde Cassini ont permis de connaître, outre la masse déjà connue, les paramètres  $J_2$  et  $C_{22}$ <sup>1</sup>, rendant possible une telle étude.

Nous présentons ici une première étude en 3 dimensions de la rotation de Titan. Titan est considéré comme un ellipsoïde rigide triaxial dont 2 paramètres de forme ( $J_2$  et  $C_{22}$ ) sont bien connus et un troisième (le moment d’inertie polaire  $C$ ) pour lequel 2 valeurs sont utilisées. En effet, ce dernier paramètre est mal contraint<sup>2</sup>. L’étude consiste tout d’abord à élaborer une théorie synthétique de la rotation de Titan, avec une approche analytique et une approche numérique qui sont confrontées. Cette théorie a permis de mettre en lumière la possible d’un forçage du wobble, i.e. l’angle séparant l’axe des pôles de l’axe du moment cinétique. Dans une troisième partie ce forçage est étudié.

## 1. Étude analytique

Cette étude fait écho aux travaux de Jacques Henrard sur la rotation des satellites galiléens. Ces travaux consistaient en une étude générale de la rotation de ces satellites en considérant leurs orbites comme circulaires (Henrard & Schwanen 2004 [3]), puis des études particulières ont été réalisées pour Io (Henrard 2005 [6]) et Europe ([7] & [8]). Tous ces satellites ont pour point commun d’avoir un nœud orbital qui précède, ce qui n’est pas le cas de Titan. Pour cette raison, nous reprenons dans cette étude analytique le principe des études précédentes, en l’appliquant à un corps en rotation synchrone dont le nœud ne précède pas.

### 1.1 Le modèle

Il s’agit d’une étude en 3 dimensions qui permet de distinguer le mouvement du corps géométrique de Titan du mouvement de son moment cinétique. Ainsi, 3 repères sont considérés :

1. un repère inertiel ( $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$ ) (ici le repère de référence des éphémérides TASS, i.e. équateur de Saturne - écliptique J2000)
2. un repère ( $\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3$ ) lié au moment cinétique de Titan
3. un repère ( $\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3$ ) lié à Titan

Ces 3 repères impliquent l’utilisation des variables canoniques d’Andoyer (Andoyer 1926 [1]) :

$$\begin{array}{ll} l & L = G \cos J \\ g & G \\ h & H = G \cos K \end{array}$$

où  $l$ ,  $g$  et  $h$  sont des angles et  $L$ ,  $G$  et  $H$  leurs moments associés.  $G$  représente la norme du moment cinétique de Titan et  $L$  et  $H$  sont ses projections respectivement sur  $\vec{f}_3$  (l’axe des pôles de Titan) et  $\vec{e}_3$  (lié au repère inertiel).  $K$  représente l’obliquité de Titan (angle entre l’axe de référence et le moment cinétique), et  $J$  son wobble (angle entre le moment cinétique et l’axe des pôles de Titan). Ces variables sont illustrées Fig.1.

Malheureusement ces variables présentent 2 singularités : si  $J = 0$  (i.e. si le moment cinétique est colinéaire à l’axe des pôles),  $l$  et  $g$  sont indéfinis, et si  $K = 0$  (i.e. moment cinétique colinéaire à l’axe de référence) alors  $g$  et  $h$  sont indéfinis. Pour cette raison, on préfère utiliser les variables d’Andoyer modifiées :

<sup>1</sup>Ces paramètres traduisent respectivement l’aplatissement polaire et l’ellipticité équatoriale du corps considéré.

<sup>2</sup>Il est généralement estimé en faisant l’hypothèse que le corps est à l’équilibre hydrostatique. Malheureusement, cette hypothèse semble fautive pour Titan.

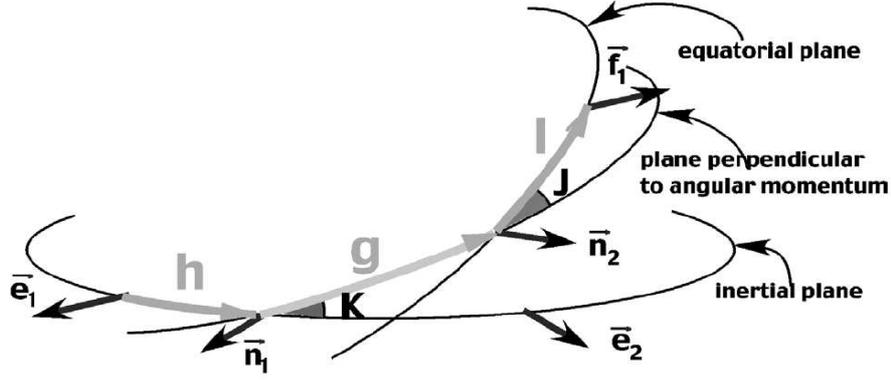


FIG. 1: Les variables d'Andoyer (repris de Henrard 2005 [6]).

$$\begin{aligned}
 p &= l + g + h & P &= \frac{G}{nC} \\
 r &= -h & R &= \frac{G-H}{nC} = P(1 - \cos K) = 2P \sin^2 \frac{K}{2} \\
 \xi_q &= \sqrt{\frac{2Q}{nC}} \sin q & \eta_q &= \sqrt{\frac{2Q}{nC}} \cos q
 \end{aligned}$$

où  $n$  est le moyen mouvement orbital de Titan,  $q = -l$ , et  $Q = G - L = G(1 - \cos J) = 2G \sin^2 \frac{J}{2}$ .

## 1.2 Le Hamiltonien

Le Hamiltonien du problème se compose de 2 parties :

1. l'énergie cinétique, qui représente la libre rotation (i.e. le mouvement d'une toupie)
2. l'énergie potentielle, qui est ici l'influence gravitationnelle de Saturne sur la rotation

L'énergie cinétique se calcule ainsi

$$T = \frac{1}{2} \vec{\omega} \vec{G} \quad (1)$$

où  $\vec{\omega}$  est le vecteur de rotation instantané et  $\vec{G}$  est le moment cinétique. Dans le repère lié à Titan  $(\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ , on a

$$\vec{\omega} = \omega_1 \vec{f}_1 + \omega_2 \vec{f}_2 + \omega_3 \vec{f}_3 \quad (2)$$

et

$$\vec{G} = A \omega_1 \vec{f}_1 + B \omega_2 \vec{f}_2 + C \omega_3 \vec{f}_3 \quad (3)$$

où  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont les moments d'inertie principaux de Titan, avec  $A \leq B \leq C$ . Des définitions des angles  $l$  et  $J$  on déduit :

$$\vec{G} = G \sin J \sin l \vec{f}_1 + G \sin J \cos l \vec{f}_2 + G \cos J \vec{f}_3 \quad (4)$$

d'où

$$\vec{\omega} = \frac{G}{A} \sin J \sin l \vec{f}_1 + \frac{G}{B} \sin J \cos l \vec{f}_2 + \frac{G}{C} \cos J \vec{f}_3 \quad (5)$$

et enfin

$$\frac{1}{2} (\vec{\omega} | \vec{G}) = \frac{G^2 - L^2}{2} \left[ \frac{\sin^2 l}{A} + \frac{\cos^2 l}{B} \right] + \frac{L^2}{2C} \quad (6)$$

ce qui donne, dans les variables d'Andoyer modifiées :

$$T = \frac{nP^2}{2} + \frac{n}{8} \left[ 4P - \xi_q^2 - \eta_q^2 \right] \left[ \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{1 - \gamma_1 - \gamma_2} \xi_q^2 + \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{1 - \gamma_1 + \gamma_2} \eta_q^2 \right] \quad (7)$$

avec

$$\gamma_1 = \frac{2C - A - B}{2C} = J_2 \frac{M_T R_T^2}{C} \quad (8)$$

et

$$\gamma_2 = \frac{B - A}{2C} = 2C_{22} \frac{M_T R_T^2}{C}. \quad (9)$$

Ce dernier potentiel a dû être divisé par  $nC$  car il s'agit du facteur de la transformation canonique permettant de passer des variables d'Andoyer aux variables d'Andoyer modifiées.

Le potentiel perturbateur dû à un Saturne ponctuel s'exprime par :

$$V = -\mathcal{G} M_{\text{Sat}} \int \int \int_W \frac{\rho dW}{d'} \quad (10)$$

où  $M_{\text{Sat}}$  est la masse de Saturne,  $\rho$  la masse volumique de Titan (de volume  $W$ ), et  $d'$  la distance entre Saturne et un élément de volume de Titan. Tous calculs faits, on a

$$V = n^2 C \left( \frac{d}{d_0} \right)^3 \left[ \delta_1 (x^2 + y^2) + \delta_2 (x^2 - y^2) \right] \quad (11)$$

avec

$$\delta_1 = -\frac{3}{2} \left( \frac{n^*}{n} \right)^2 \gamma_1 \quad (12)$$

$$\delta_2 = -\frac{3}{2} \left( \frac{n^*}{n} \right)^2 \gamma_2 \quad (13)$$

et où  $d$  est la distance instantanée Titan-Saturne et  $d_0$  la distance moyenne.  $(x, y, z)$  est le vecteur unitaire Titan-Saturne dans le repère lié à Titan  $(\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ . On l'obtient à partir de ses coordonnées  $(x_i, y_i, z_i)$  dans le repère inertiel  $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$  en effectuant 5 rotations :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = R_3(-l) R_1(-J) R_3(-g) R_1(-K) R_3(-h) \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix} \quad (14)$$

avec

$$R_3(\phi) = \begin{pmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

et

$$R_1(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}. \quad (16)$$

On peut finalement ajouter le potentiel perturbateur dû à l'aplatissement de Saturne  $J_{2\text{Sat}}$ , issu de (Henrard 2005 [8]) :

$$V_o = \delta_s C n^2 \left( \frac{d_0}{d} \right)^5 \left[ \delta_1 (x^2 + y^2) + \delta_2 (x^2 - y^2) \right] \quad (17)$$

avec

$$\delta_s = \frac{5}{2} J_{2\text{Sat}} \left( \frac{R_{\text{Sat}}}{d_0} \right)^2 \quad (18)$$

où  $R_{\text{Sat}}$  est le rayon de Saturne.

Finalement, on déduit des équations (7), (11) et (17) que le Hamiltonien du problème est :

$$\mathcal{H} = \frac{nP^2}{2} + \frac{n}{8} \left[ 4P - \xi_q^2 - \eta_q^2 \right] \left[ \frac{\gamma_1 + \gamma_2}{1 - \gamma_1 - \gamma_2} \xi_q^2 + \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{1 - \gamma_1 + \gamma_2} \eta_q^2 \right] + n \left( \frac{d_0}{d} \right)^3 \left( 1 + \delta_s \left( \frac{d_0}{d} \right)^2 \right) [\delta_1(x^2 + y^2) + \delta_2(x^2 - y^2)] \quad (19)$$

Enfin, dans le cadre de cette étude analytique, l'orbite de Titan est considérée comme circulaire à inclinaison constante. On a donc

$$x_i = - \left( \cos \delta \Omega_6 \cos(\lambda_6 - \delta \Omega_6) - \cos I_6 \sin \delta \Omega_6 \sin(\lambda_6 - \delta \Omega_6) \right) \quad (20)$$

$$y_i = - \left( \sin \delta \Omega_6 \cos(\lambda_6 - \delta \Omega_6) + \cos I_6 \cos \delta \Omega_6 \sin(\lambda_6 - \delta \Omega_6) \right) \quad (21)$$

et

$$z_i = - \sin I_6 \sin(\lambda_6 - \delta \Omega_6) \quad (22)$$

où  $I_6$  est l'inclinaison orbitale de Titan,  $\delta \Omega_6$  son nœud ascendant et  $\lambda_6$  sa longitude moyenne.<sup>3</sup>

### 1.3 Caractérisation de l'équilibre

On considère ici que Titan est exactement à l'état de Cassini. Ceci implique que :

- L'axe de plus petite inertie  $\vec{f}_1$  est toujours dirigé vers le centre de masse de Saturne, ce qui donne  $p - \lambda_{\vec{f}_1} = 0$ ,  $\lambda_{\vec{f}_1} = \lambda_6 - \pi$  étant la longitude moyenne de Saturne dans le repère  $(\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ .
- Le nœud ascendant du repère  $(\vec{n}_1, \vec{n}_2, \vec{n}_3)$  précède à la même vitesse que le nœud orbital de Titan (donc il ne précède pas), ce qui donne  $r + \delta \Omega_{\vec{f}_1} = 0$ , où  $\delta \Omega_{\vec{f}_1} = \delta \Omega_6$  est l'argument du nœud ascendant de Saturne.
- Il n'y a pas de wobble ( $J = 0$ ), donc  $\xi_q = \eta_q = 0$ .

Il est dans ce cas pratique d'introduire ce nouveau jeu de variables canoniques :

$$\begin{array}{ll} \sigma = p - \lambda_6 + \pi & P \\ \rho = r + \delta \Omega_6 & R \\ \xi_q & \eta_q \end{array}$$

où  $\sigma$  est l'angle entre  $\vec{f}_1$  et l'axe Titan-Saturne (c'est aussi l'argument de la résonance spin-orbite), et  $\rho$  la différence des nœuds.

De cette façon, le Hamiltonien (19) devient

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & \frac{nP^2}{2} - nP + n\delta_1(1 + \delta_s)[a_1 \sin^2 K + a_2 \sin K \cos K \cos \rho + a_3 \cos 2\rho(1 - \cos 2K)] \\ & + n\delta_2(1 + \delta_s)[b_1(1 + \cos K)^2 \cos 2\sigma + b_2 \sin K(1 + \cos K) \cos(2\sigma + \rho) + b_3 \sin^2 K \cos(2\sigma + 2\rho) \\ & + b_4 \sin K(1 - \cos K) \cos(2\sigma + 3\rho) + b_5(1 - \cos K)^2 \cos(2\sigma + 4\rho)] \end{aligned} \quad (23)$$

où la longitude moyenne a disparu après moyennisation. Les coefficients  $a_i$  et  $b_i$  sont explicités dans (Noyelles et al. 2008 [11]).

À l'équilibre on a  $\sigma = 0$ ,  $\rho = 0$ ,  $\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial P} = 0$  et  $\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial R} = 0$ . Ces 2 dernières équations donnent

$$E_1(P, K) = n \left[ P - 1 + (1 + \delta_s) \Delta \frac{\cos K - 1}{P \sin K} \right] = 0 \quad (24)$$

et

$$E_2(P, K) = \delta \dot{\Omega}_6 + (1 + \delta_s) \frac{n\Delta}{P \sin K} = 0 \quad (25)$$

avec

---

<sup>3</sup>L'indice 6 est dû au fait que Titan est le satellite S-6.

$$\begin{aligned} \Delta = & \delta_1 [a_1 \sin 2K + a_2 \cos 2K + 2a_3 \sin 2K] \\ & + \delta_2 [-2b_1 \sin K(1 + \cos K) + b_2(\cos K + \cos 2K) + b_3 \sin 2K \\ & + b_4(\cos K - \cos 2K) + 2b_5 \sin K(1 - \cos K)]. \end{aligned} \quad (26)$$

Une résolution numérique, effectuée à l'aide des valeurs données dans la Tab.1, donne

$$K^* = 1.1204858615 \times 10^{-2} rad = 2311.168 arcsec = 38'31.168'' \quad (27)$$

et

$$P^* = 1. \quad (28)$$

Paramètres	Valeurs	Références
$n$	$143.9240478491399 rad.y^{-1}$	TASS1.6 [18]
$e$	0.0289	TASS1.6 [18]
$\gamma = \sin \frac{I_6}{2}$	$5.6024 \times 10^{-3}$	TASS1.6 [18]
$R_{\tilde{\eta}}$	58232 km	IAU 2000 [14]
$J_2 \tilde{\eta}$	$1.6298 \times 10^{-2}$	Pioneer & Voyager [2]
$M$	$2.36638 \times 10^{-4} M_{\tilde{\eta}}$	Pioneer & Voyager [2]
$R$	2575 km	IAU 2000 [14]
$\mathcal{G} M_{\tilde{\eta}}$	$3.77747586645 \times 10^{22}.km^3.y^{-2}$	Pioneer, Voyager + IERS 2003
$J_2$	$(3.15 \pm 0.32) \times 10^{-5}$	Cassini [17]
$C_{22}$	$(1.1235 \pm 0.0061) \times 10^{-5}$	Cassini [17]
$\frac{C}{M_T R_{\tilde{\eta}}^2}$	0.31	(...)

**TAB. 1:** Paramètres physiques et dynamiques.

Il est intéressant également de connaître les petits mouvements autour de cet équilibre. Il s'agit de petites oscillations libres dans les 3 dimensions. Nous détaillons ici le principe de leur détermination sans expliciter les différents calculs. Le lecteur pourra se référer à (Noyelles et al. 2008 [11]).

L'approche de ces termes libres se fait en 3 étapes :

- centrage du Hamiltonien (19) autour de l'équilibre précédemment calculé. Il s'agit d'une simple translation qui a pour effet d'éliminer la partie linéaire du Hamiltonien.
- découplage des modes propres du système. Il s'agit d'une diagonalisation dont le but est de travailler sur 3 degrés de liberté indépendants les uns des autres. Nous utilisons pour cela la *Untangling transformation* décrite dans (Henrard & Lemaître 2005 [4]).
- passage en variables action-angle.

Une fois ces étapes réalisées, les variables sont :

$$\begin{array}{cc} u & U \\ v & V \\ w & W \end{array}$$

et le Hamiltonien du système s'écrit

$$\mathcal{N} = \omega_u U + \omega_v V + \omega_w W \quad (29)$$

dans lequel les termes d'ordre supérieur ont été négligés. Ce Hamiltonien est trivialement intégrable, les solutions sont des termes sinusoïdaux de périodes respectives  $\frac{2\pi}{\omega_u}$ ,  $\frac{2\pi}{\omega_v}$  et  $\frac{2\pi}{\omega_w}$ , et d'amplitudes  $U$ ,  $V$  et  $W$ .

## 2. Étude numérique

L'étude analytique permet une description rigoureuse de la dynamique du système mais peut se révéler inefficace lorsque le système atteint une certaine complexité, du fait de la difficulté de sa mise en œuvre. Nous avons donc réalisé une étude numérique utilisant un modèle moins simple, étude que nous avons validée en comparant ses résultats à ceux de l'étude analytique.

**TAB. 2:** Fréquences fondamentales des petites librations autour de l'équilibre, pour 2 valeurs du moment d'inertie polaire  $C$ .

$\frac{C}{M_T R_T^2}$	0.31	0.35
$T_u$	2.098 y	2.226 y
$T_v$	167.488 y	188.988 y
$T_w$	306.336 y	346.236 y

## 2.1 Principe

Le principe consiste à intégrer numériquement les équations issues du Hamiltonien (19), et à réaliser une décomposition quasi-périodique des solutions obtenues afin, d'abord, de distinguer la partie libre de la partie forcée, et ensuite de déterminer les différentes contributions composant ces solutions. Le modèle orbital de Titan n'est plus un modèle circulaire mais un modèle complet issu des éphémérides TASS 1.6 (Vienne & Duriez 1995 [18]). Ces éphémérides sont constituées de modes propres (listés Tab.3) qui, ajoutés aux 3 modes propres de la rotation calculés précédemment, doivent constituer les solutions numériques du système. Il est à noter que les équations intégrées ne supposent pas a priori la résonance spin-orbite réalisée, cette résonance n'apparaît que dans les conditions initiales. Ces conditions initiales sont choisies arbitrairement très proches de la résonance, mais pas à la résonance exacte, de façon à ce que la solution libre soit détectable.

**TAB. 3:** Modes propres du système.

Mode propre	Fréquence ( $rad.y^{-1}$ )	Période	Cause
$\lambda_5$	508.00932017	4.52 d	Rhéea
$\lambda_6$	143.92404729	15.95 d	Titan
$\lambda_8$	28.92852233	79.33 d	Japet
$\phi_5$	0.17554922	35.79 y	$e_5$
$\Phi_5$	-0.17546762	35.81 y	$\gamma_5$
$\phi_6$	0.00893386	703.30 y	$e_6$
$\Phi_6$	-0.00893124	703.51 y	$\gamma_6$
$\phi_8$	0.00197469	3181.86 y	$e_8$
$\Phi_8$	-0.00192554	3263.07 y	$\gamma_8$
$\lambda_9$	0.21329912	29.46 y	Soleil
$u$	2.995	2.09773 y	$\sqrt{U}$
$v$	0.0375	167.4883 y	$\sqrt{V}$
$w$	0.0205	306.3360 y	$\sqrt{W}$

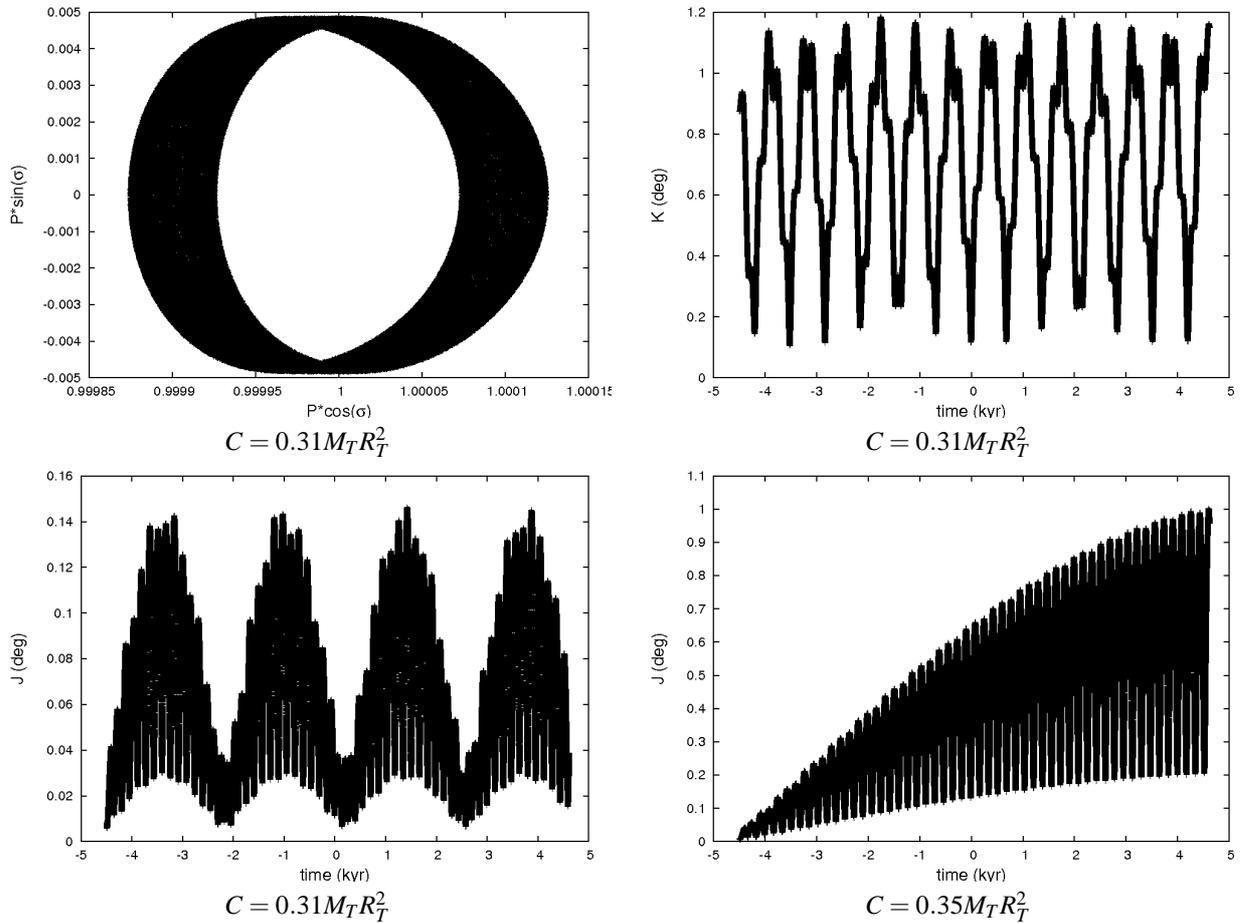
## 2.2 Résultats

2 intégrations numériques ont été réalisées, pour  $C = 0.31M_T R_T^2$  et  $C = 0.35M_T R_T^2$ , à chaque fois sur 9000 ans, car il s'agit de la limite de validité des éphémérides TASS1.6. La Table 4 indique un bon accord entre la solution analytique et la solution numérique pour les périodes des termes libres. Un écart significatif est à noter pour l'obliquité, il peut en partie s'expliquer par la prise en compte d'un modèle trop simple pour l'inclinaison dans l'étude analytique (cf. Noyelles 2008 [12]).

**TAB. 4:** Comparaison entre nos résultats analytiques et numériques, pour  $C = 0.31M_T R_T^2$ .  $\varepsilon$  désigne l'obliquité par rapport à la normale à l'orbite.

Paramètre	Analytique	Numérique	Écart
$K^*$ (rad)	$1.1204859 \times 10^{-2}$	$1.25481164 \times 10^{-2}$	12%
$\varepsilon$ (arcmin)	0	2.233	(...)
$T_u$ (y)	2.094508	2.09773	0.15%
$T_v$ (y)	167.36642	167.49723	0.08%
$T_w$ (y)	306.62399	306.33602	0.09%

La Figure 2 montre les évolutions des variables  $P \exp(I\sigma)$ ,  $K$  et  $J$  lors des intégrations numériques. On peut vérifier que l'angle résonnant  $\sigma$  est bien centré sur 0 et  $P$  sur 1, ce qui confirme que le système est bien en synchronisation spin-orbite. L'évolution de l'obliquité  $K$  (par rapport à la normale au plan de référence) indique une période d'environ 700 ans, il s'agit du mode propre  $\Phi_6$  forcé par les éphémérides, dû aux oscillations du noeud orbital de Titan autour d'une valeur constante. L'aspect visuel de ces 2 solutions ne change pas pour  $C = 0.35M_T R_T^2$ .



**FIG. 2:** Simulations numériques de la rotation de Titan. L'origine des temps est  $J1980 = 2444420JD$ .

Par contre, le comportement du wobble  $J$  semble dépendre de la valeur de  $C$ . Lorsque  $C$  s'approche de  $0.35M_T R_T^2$ ,  $J$  semble avoir un comportement quasi-résonnant. On peut remarquer que dans ce cas, la période propre associée au wobble s'approche de 350 ans, or 2 modes propres issus des éphémérides ( $\phi_6$  et  $\Phi_6$ ) ont des périodes proches de 700 ans. On peut donc suspecter une résonance.

**TAB. 5:** Décomposition quasi-périodique de la variable associée au wobble  $\eta_q + \sqrt{-1}\xi_q$ , pour  $C = 0.31M_T R_T^2$ .

N°	Amp. $\times 10^4$	Phase (°)	T (y)	Ident.	Cause
1	9.12391728	-51.69	306.33602	$w$	$\sqrt{W}$
2	6.01688587	51.69	-306.33605	$-w$	$\sqrt{W}$
3	5.73033451	158.48	351.70284	$\phi_6 - \Phi_6$	$e_6 \gamma_6$
4	3.83212940	-158.48	-351.70284	$\Phi_6 - \phi_6$	$e_6 \gamma_6$
5	0.63642954	-35.86	135.27368	$v - \Phi_6$	$\sqrt{V} \gamma_6$
6	0.38395548	35.86	-135.27368	$\Phi_6 - v$	$\sqrt{V} \gamma_6$

La Table 5 donne un exemple de décomposition quasi-périodique d'une des solutions. Le lecteur pourra trouver les autres dans (Noyelles et al. 2008 [11]). Cette décomposition a été obtenue par analyse en fréquence, à l'aide d'un algorithme inspiré de celui de Laskar (1988 [9]). Ensuite l'identification des solutions permet de distinguer la partie libre de la partie forcée. La partie libre des solutions est due aux conditions initiales, qui ont été choisies arbitrairement faute de pouvoir être ajustées aux observations. On s'attend à ce que cette partie libre soit amortie par les marées, dans ce cas on obtient la rotation réelle en retirant tout simplement les termes libres des solutions.

### 3. Le wobble résonnant

La suspicion d'un phénomène résonnant susceptible de régir le comportement du wobble de Titan nous a poussés à réaliser une étude analytique de la résonance (cf. Noyelles 2008 [12]). La Table 5 indique que cette résonance est probablement  $w + \Phi_6 - \phi_6$ . Nous avons vérifié cette assertion en comparant les comportements de plusieurs systèmes simplifiés.

#### 3.1 Le Hamiltonien résonnant

Nous partons du Hamiltonien suivant :

$$\mathcal{H} = \mathcal{N} + \mathcal{P} = \omega_u U + \omega_v V + \omega_w W + \mathcal{P} \quad (30)$$

qui est le Hamiltonien quadratique (29) auquel on a ajouté la partie d'ordre supérieur  $\mathcal{P}$ . Afin d'exprimer l'argument résonnant nous effectuons ce changement de variables :

$$\begin{aligned} u &= U \\ v &= V \\ \theta = w + \Phi_6 - \phi_6 = f &= \Theta = W \end{aligned}$$

qui donne ce nouveau Hamiltonien  $\mathcal{T}$  :

$$\mathcal{T} = \omega_u U + \omega_v V + (\omega_w + \dot{\Phi}_6 - \dot{\phi}_6)\Theta + \mathcal{T}_2 \quad (31)$$

En considérant que l'argument résonnant  $\theta$  est le seul angle lent, les autres angles (rapides) disparaissent par moyennisation, ainsi  $\mathcal{T}$  devient :

$$\mathcal{T} = \psi\Theta + \mu\Theta^2 + \varepsilon\sqrt{2\Theta}\cos\theta \quad (32)$$

les expressions de  $\psi$ ,  $\mu$  et  $\varepsilon$  étant explicitées dans (Noyelles 2008 [12]).

Le Hamiltonien (32) est un classique connu comme le Second Modèle Fondamental de la Résonance (Henrard & Lemaître 1983). Il décrit l'évolution du système en résonance et a pour équilibre la solution positive (quand elle existe) de l'équation cubique  $x^3 - 3(\delta + 1)x - 2 = 0$  avec  $\delta = -1 - \text{sign}(\psi\mu) \left| \frac{4}{27} \frac{\psi^3}{\mu\varepsilon^2} \right|^{\frac{1}{3}}$ . Cet équilibre va donner la valeur de  $W$  forcée par la résonance, ainsi on aura un terme "libre" qu'une résonance empêchera d'être amorti. Ce phénomène a pour conséquence un wobble forcé, dépendant du paramètre  $C$  (cf. Tab.6).

**TAB. 6:** Le wobble forcé par la résonance.

$\frac{C}{M_T R_T^2}$	$W_0$ (forced)	$\langle J \rangle$
0.34	(pas de solution réelle)	
0.35	0.342	80.368°
0.355	0.108	40.702°
0.3555	0.034	22.337°
0.355551	0.010	12.034°
0.35555146967191	0.009	11.413°
0.35555146967192	(pas de résonance)	

#### 3.2 Lien avec la dissipation

L'attraction gravitationnelle de Saturne soulève sur Titan un bourrelet de marée qui tend à pointer vers Saturne. Tout déphasage de ce bourrelet va induire un couple de rappel, qui va entraîner une dissipation d'énergie interne dans le satellite.

Jusqu'à présent, il a été communément admis que la seule cause de déphasage du bourrelet pour un satellite en rotation synchrone était l'excentricité, ce qui a donné cette formule, issue de (Peale & Cassen 1978 [13]) :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{21}{2} e^2 \frac{k_2}{Q} f \frac{\mathcal{G} M_T^2 n R_T^2}{a^6} \quad (33)$$

où  $k_2$  est un nombre de Love,  $Q$  la fonction de dissipation à la fréquence orbitale  $n$ , et  $f > 1$  un facteur de majoration qui tient compte du fait que la structure interne de Titan n'est probablement pas rigide.

Si Titan a un wobble significatif, alors ce wobble est cause de déphasage du bourrelet de marée, donc de dissipation interne. Nous avons évalué cette contribution et proposons cette formule originale :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{3}{2} J_0^2 \left( \frac{n+w}{w} \right)^2 \frac{k_2}{Q} f \frac{\mathcal{G} M_{\text{I}}^2 n R_T^2}{a^6} \quad (34)$$

où  $J_0$  est le wobble moyen, et  $w$  la fréquence associée au wobble. On peut remarquer la présence de la quantité  $n + w$ . Elle signifie que, par un effet de composition de mouvement, la fréquence d'excitation de marée dans le cas de la contribution du wobble est  $n + w$  et non pas  $n$ . En pratique, ces 2 fréquences sont très proches, ce qui explique que l'on peut considérer la même valeur de la fonction de dissipation  $Q$ . Ainsi, la formule donnant la dissipation de marée que nous proposons est, par sommation de (33) et (34) :

$$\frac{dE}{dt} = \left[ \frac{21}{2} e^2 + \frac{3}{2} J_0^2 \left( \frac{n+w}{w} \right)^2 \right] \frac{k_2}{Q} f \frac{\mathcal{G} M_{\text{I}}^2 n R_T^2}{a^6}. \quad (35)$$

Une application numérique montre que la contribution du wobble dans la dissipation est supérieure à celle de l'excentricité si  $J_0 > 4.4^\circ$ .

Ce phénomène de composition de mouvements indique aussi qu'une rotation de Titan observé en négligeant un wobble significatif peut donner une mesure légèrement surévaluée. Ainsi, la rotation de Titan peut paraître légèrement plus rapide que la rotation synchrone.

### 3.3 Comparaison avec les observations

Actuellement la sonde Cassini est en rotation autour de Saturne, et effectue de nombreux survols de Titan. Lors de ces survols, des images de la surface sont prises et sont comparées avec des images prises lors d'autres survols, ceci afin d'estimer la rotation de Titan. Récemment, Stiles et al. (2008 [15]) ont mesuré une rotation de Titan très légèrement super-synchrone, de  $+0.36^\circ/an$ , alors que la vitesse de rotation de Titan est d'environ 8000 degrés par an. Les auteurs interprètent ce résultat comme la signature d'un océan interne (cf. Lorenz et al. 2008 [10]) qui découplerait la rotation de la croûte de la rotation du reste du corps. Cette croûte, d'inertie réduite, serait ainsi sensible aux échanges d'énergie saisonniers (cf. Tokano & Neubauer 2005 [16]) qui induiraient des variations à longue période (environ 29 ans, soit l'année saturnienne) de la vitesse de rotation de Titan. Un wobble négligé est une explication alternative à cette mesure.

## Conclusion

Cette première étude en 3 dimensions de la rotation a soulevé la question de l'éventualité d'une résonance entre une fréquence propre de la rotation et des fréquences orbitales. On aurait ainsi un cas de résonance secondaire spin-orbite.

Cependant, certains paramètres liés à la structure interne de Titan sont encore mal connus. Leur connaissance, associée à l'utilisation d'un modèle de structure interne plus complet (et donc plus réaliste), permettra de mieux comprendre la mesure de la rotation qui a été faite par Cassini.

## Références

- [1] Andoyer H., 1926, *Mécanique Céleste*, Gauthier-Villars, Paris
- [2] Campbell J.K. & Anderson J.D., 1989, *Gravity field of the Saturnian system from Pioneer and Voyager tracking data*, AJ, 97, 1485-1495
- [3] Henrard J. & Schwanen G., 2004, *Rotation of synchronous satellites - Application to the Galilean satellites*, Cel. Mech. Dyn. Astr., 89, 181
- [4] Henrard J. & Lemaître A., 2005, *The untangling transformation*, Astron. J., 130, 2415-2417
- [5] Henrard J. & Lemaître A., 1983, *A second fundamental model for resonance*, Celes. Mech., 30, 197-218
- [6] Henrard J., 2005, *The rotation of Io*, Icarus, 178, 144-153

- [7] Henrard J., 2005, *The rotation of Europa*, Cel. Mech. Dyn. Astr., 91, 131-149
- [8] Henrard J., 2005, *Additions to the theory of the rotation of Europa*, Cel. Mech. Dyn. Astr., 93, 101-112
- [9] Laskar J., 1988, *Secular evolution of the solar system over 10 million years*, Astron. Astrophys., 198, 341-362
- [10] Lorenz R.D., Stiles B.W., Kirk R.L. et al., 2008, *Titan's Rotation Reveals an Internal Ocean and Changing Zonal Winds*, Science, 319, 1649
- [11] Noyelles B., Lemaître A. & Vienne A., 2008, *Titan's rotation. A 3-dimensional theory*, Astron. Astrophys., 478, 959-970
- [12] Noyelles B., 2008, *Titan's rotational state : The effects of a forced "free" resonant wobble*, Cel. Mech. Dyn. Astr., 101, 13-30
- [13] Peale S.J. & Cassen P., 1978, *Contribution of tidal dissipation to lunar thermal history*, Icarus, 36, 245-269
- [14] Seidelmann P.K., Abalakin V.K., Bursa M. et al., 2002, *Report of the IAU/IAG Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements of the Planets and Satellites : 2000*, Cel. Mech. Dyn. Astr., 82, 83-111
- [15] Stiles B.W., Kirk R.L., Lorenz R.D. et al., 2008, *Determining Titan's Spin State from Cassini Radar Images*, Astron. J., 135, 1669-1680
- [16] Tokano T. & Neubauer F.M., 2005, *Wind-induced seasonal angular momentum exchange at titan's surface and its influence on Titan's length-of-day*, Geophysical Research Letters, 32, L24203
- [17] Tortora P., Armstrong J.W., Asmar S.W. et al., 2006, *The determination of Titan's gravity field with Cassini*, DPS meeting 38, 56.01
- [18] Vienne A. & Duriez L., 1995, *TASS1.6 : Ephemerides of the major Saturnian satellites*, Astron. Astrophys., 297, 588-605

# Near-Earth Asteroids Observations with 2.2m/WFI in ESO-La Silla

M. Birlan<sup>1</sup>, O. Vaduvescu<sup>2,1</sup>

<sup>1</sup>IMCCE, Observatoire de Paris, UMR8028

<sup>2</sup>Universidad Católica del Norte, Antofagasta, Chili

## Introduction

We present preliminary results of the first EURONEAR project to observe Near Earth Asteroids (NEAs) using a 2m class telescope. The European Near Earth Asteroids Research (EURONEAR) is a project which envisions to establish a coordinated network which will follow-up, recover and discover NEAs and PHAs tentatively using two automated dedicated 1 metre telescopes located in both hemispheres and other facilities available to the members of the network([1,2]). Part of this project, six 1m class telescopes from Chile and France have been placed in the constellation of the EURONEAR network during observing runs conducted in visiting mode in the last two years, but no observations have been made using a 2m class telescope yet within this network. In this paper we will present the preliminary results of the first EURONEAR proposal to observe NEAs and MBAs during a recent 3 night run using the ESO/MPG 2.2m telescope equipped with the large WFI mosaic camera. This represents one of the best possible facilities to be used for asteroid surveys and studies of distributions of MBAs and NEAs.

## 1. Observations

From 10<sup>th</sup> to 13<sup>th</sup> of March 2008 we used the ESO/MPG 2.2m telescope at ESO La Silla, Chile, to observe NEAs. At the Cassegrain  $F/5.9$  focus of the telescope we employed the Wide Field Camera (WFI). This consists in eight CCDs 2046x4096 pixels each, the mosaic covers a field of  $34' \times 33'$  slightly bigger than the Moon diameter([1]). The observations were performed in R band, in binning mode  $3 \times 3$  (which means a pixel size of  $0''.714$ ) for the entire run. All the three nights were successful. The main purposes of our run were: i) the recovery and the follow-up of newly discovered NEAs and VIs; ii) statistics of uncatalogued MBAs; discovery and follow-up of NEAs and MBAs.

In order to detect the moving targets from stars and ensure a relatively long time span, we acquired between 8-15 subsequent images for every observed field, spending typically between 30-45 min on every field. In order to accommodate for the proper motion and minimize the trailing effect the telescope was tracked at half proper motion of the observed asteroids. To maximize the number of discoveries and improve the MBA statistics, at the end of the second night we conducted a blind survey experiment, by observing two ecliptic fields (named ECL1 and ECL2) cycling the telescope 8 times between four neighbouring positions which covered  $1^\circ \times 1^\circ$  for every field. The global strategy of choosing the fields of the ecliptic plane was to observe in the regions which were not covered recently by automated surveys.

The main scientific focus of the observing run was the recovery and follow-up of virtual impactors (VIs), Potential Hazardous Asteroids (PHAs) and Near Earth Asteroids (NEAs) in need of observations, in this order of importance. The observing targets were selected based on the Minor Planet Centre (MPC, IAU) online database, and Spaceguard Foundation Central Node ([5]).

For each object (field) we acquired a sequence of 5-15 images using exposures between 60 and 120 sec for each image.

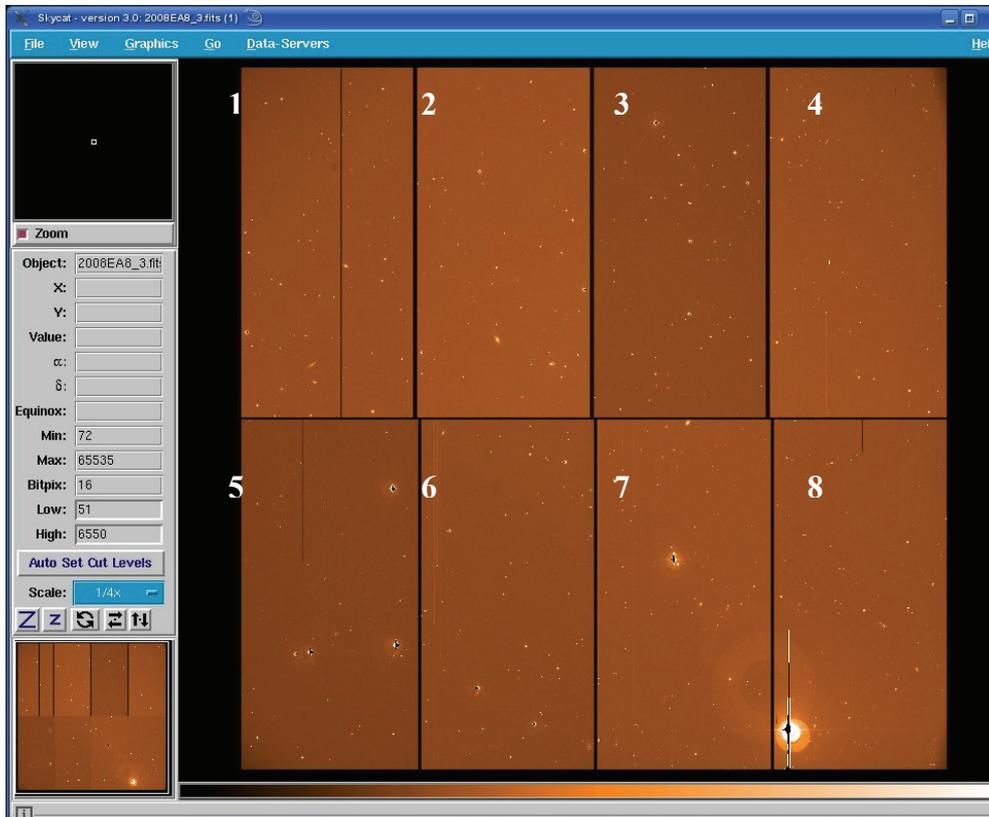
Figure 1 shows an example of raw data of image obtained for the PHA 2008EA8. The asteroid was placed in the second CCD of the top line of CCDs (the most sensitive).

## 2. Data reduction procedure

One of the run objectives was to quickly reduce the data and to report the data to the Minor Planet Data Center. Because of the huge amount of data (each cube of 8 images occupies about 15 MB, each night produced more than 2 GB of images), the large field of inspection over the eight CCDs, and the magnitude limit (faintness of objects), our strategy was to involve a few members of the EURONEAR network for the inspection and data-reduction, which was centralized and sent to MPC by coordinators a few hours or days after the observations. A training period together with the elaboration of a standard procedure of work was elaborated previous the run.

The image preprocessing pipeline was conceived using CPL facilities and IDL procedures. The reduced images (debiased and deflated) were achived and then transferred via ftp and scp to IMCCE server. From there, the images were dispatched to the appropriate data-reducing persons assigned by the coordinator. The time delay between Chile and Europe (the location of our network of persons in charge with data reducing) favoured our collaboration.

The Astrometrica([4]) software was used for the inspection/identification of objects, measurements, and edition of MPC reports. The whole process, including measurements, was conducted in a manual (assisted) mode favouring the detection and measurements of targets faint as magnitude  $V=22$ , and  $S/N\sim 1.5$ .



**Fig. 1 :** Raw data of WFI field for the asteroid 2008EA8 of 11 March 2008, 11.156 UT. The asteroid was placed in the second CCD of the top line of CCDs. We can underline the regions between the CCDs where the some information will miss, columns of bad pixels, the saturation of some bright stars and the difference of contrast and sensitivity between CCDs, which will be corrected by the pre-processing procedures.

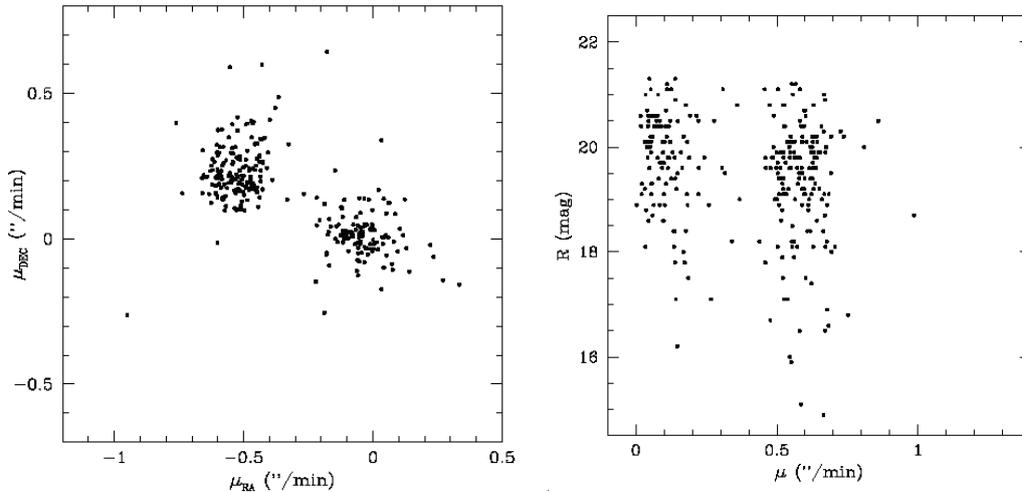
## 3. Preliminary results

Table 1 presents the list of Near-Earth Asteroids observed during the run. The majority are observed only a few days after the announcement of their discovery; this is a critical period, on which new observations are required to secure the orbit and refine its orbital parameters. Some of the observed objects are only accessible for the 1.5-2m class telescopes.

More than 480 new objects were identified during this run. Following their proper movement, the majority belong to the Main-Belt.

**Table 1 :** Near-Earth Asteroids observed during the run. Beside the MPC designation, we list the MPC class, priority (URgent or NEcessary), apparent magnitude, proper motion, positional error due to preliminary orbits, and time from discovery (d=days, o=orbits).

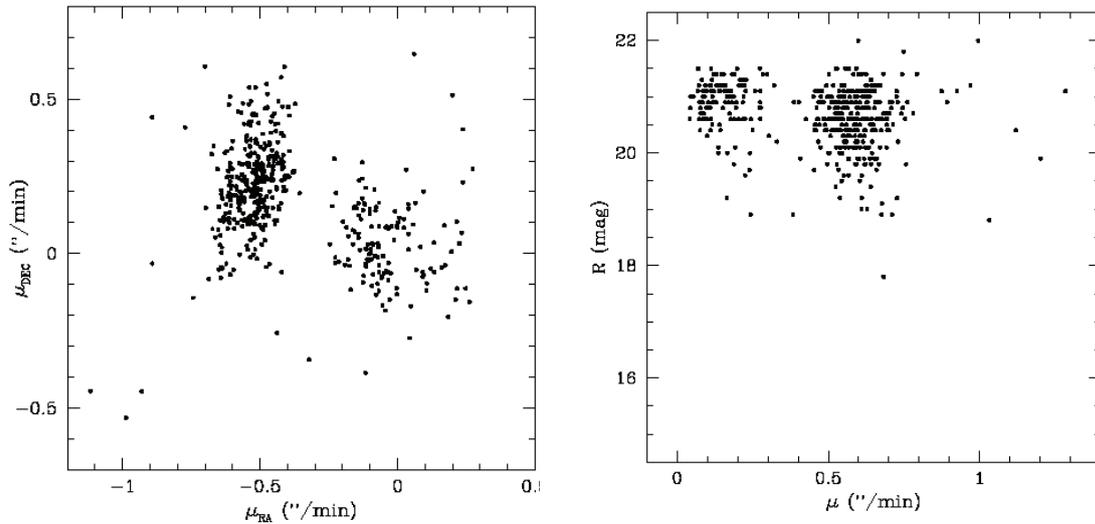
Asteroid Number	MPC Class	Priority	Mag (V)	Proper Motion $''/min$	Pos. Error ( $3\sigma''$ )	Discovered
2008 EA8	VI	UR	21.5	2.7	150	5d
2008 EX5	VI	UR	20.5	2.3	1	7d
2008 EM7	VI	UR	20.9	3.6	2	5d
2008 ER7	VI	UR	21.1	1.8	8	5d
2008 EO7	VI	NE	21.3	1.4	?	2o
2008 GE59	PHA	NE	20.7	0.8	3	2d
2008 EL6	PHA	NE	17.0	12	32	7d
2006 GZ	NEA	NE	21.6	0.9	96	2o
2008 DA4	VI	UR	21.5	0.7	2	15d
2008 CE6	NEA	NE	21.3	0.7	4	35d
2008 DL5	PHA	UR	17.4	4.7	4	14d
2008 EJ9	NEA	NE	19.9	5.3	22	4d
2008 EQ7	NEA	NE	20.0	2.6	76	7d
2008 DJ5	NEA	NE	20.2	1.4	19	14d
2008 EA9	VI	UR	21.0	1.4	7	7d
1999 JU3	PHA	NE	17.9	3.4	0	4o



**Fig. 2 :** Proper motion in right ascension and declination of numbered asteroids identified during the run(left). Distribution of R magnitude versus the proper movement (right). Two groups are clearly distinguished, the one at  $\mu=0.6''/min$  (corresponding to the MBAs); the other group will be studied further([6]) in more detail.

## Conclusion

The run was successful for approximately 95% of the granted time of observations, with 5% lost to weather and some instruments failure. Sixteen objects among NEAs, the majority being PHAs and VIs were reported and accepted by MPC. About 380 objects were detected and marked as new discoveries. Beside the scientific results, this run proves the efficacy team work within a network such as EURONEAR.



**Fig. 3 :** Proper movements in right ascension and declination of newly detected asteroids identified during the run(left). The distribution of  $R$  magnitude versus the proper movement (right) is presented. The group at  $\mu=0.6''/\text{min}$  corresponds to objects with apparent movements typical to main belt asteroids.

### Références

- [1] O Vaduvescu, M. Birlan, et al, Planetary & Space Science (in press);
- [2] <http://euronear.imcce.fr>
- [3] Baade, D.; Meisenheimer, K.; Iwert, O.; et al. 1999, The Messenger 95, 15
- [4] <http://www.astrometrica.at>
- [5] Boattini et al. 2004, Astron. & Astrophys. 419, 743
- [6] O. Vaduvescu, M. Birlan et al : Astron & Astrophys ( in work)

# Détermination d'orbites par inversion statistique

D. Hestroffer  
(IMCCE, Observatoire de Paris, CNRS)

## Introduction

Nous donnons ici quelques éléments liés à la détermination d'orbites par une méthodologie appelée inversion statistique. Ce type de méthode permet, selon le problème posé, d'aboutir à une classe de modèles ou un ensemble de solutions munis d'une loi de probabilité. Après un bref rappel du problème lié à la détermination d'une orbite, nous illustrerons le procédé sur des cas de détermination d'orbites d'astéroïdes géocroiseurs ou encore des astéroïdes binaires dans la zone des trans-neptuniens.

## 1. Détermination d'orbites

### 1.1 Problème général

Dans le cadre général du calcul d'une orbite d'un corps on peut distinguer deux cas de figures selon que l'orbite est totalement inconnue ou bien que l'on dispose au préalable d'une première estimation assez proche de la solution finale. Dans le premier cas, cela peut être un corps nouvellement découvert (comme l'astéroïde Cérés en 1801) on parlera de *détermination* d'orbite, tandis que dans le second cas, il s'agit de calculer des petites corrections aux éléments orbitaux (par exemple l'astéroïde Cérés avec quelques observations actuelles supplémentaires), et l'on parlera d'*amélioration* d'orbite. Différentes techniques de calcul peuvent être employées pour une amélioration d'orbite, en particulier, comme les écarts sont à priori petits, une linéarisation du problème conduit à l'inversion d'un système linéaire éventuellement dans un processus itératif. La solution des moindres carrés est alors directement obtenue à partir du calcul de la matrice jacobienne  $A$  et l'inverse de la matrice normale associée  $A'A$ ,  $x=(A'A)^{-1}A'dl$ . Le calcul des dérivées partielles peut se faire de manière analytique (approximation du problème des deux corps [1]), par intégration numérique des équations variationnelles [2] ou encore, lorsque la fonction à dériver est totalement inconnue, par calcul des différences finies. Dans un cadre un peu plus général on peut aussi s'affranchir de la linéarisation et obtenir la, ou plus exactement *une*, solution minimisant la norme  $L^2$  des résidus par une méthode itérative de descente de gradient (ou autre dérivée de celle-ci en particulier l'algorithme de Levenberg-Marquadt pour les erreurs quadratiques). Dans ce cas, il faut pouvoir évaluer le gradient ou des dérivées d'ordre supérieur en tout point de la fonction à minimiser. Une autre approche du problème s'affranchira de l'inversion proprement dite et des calculs des dérivées de la fonction par rapport aux divers paramètres à analyser ou ajuster. On cherchera à traiter le problème dans sa généralité sans chercher une solution particulière. Ce type d'approche est particulièrement adapté au cas de détermination d'orbite(s).

### 1.2 Détermination d'orbite

Le problème à résoudre consiste à caractériser l'orbite ou déterminer les éléments orbitaux du corps. Pour les orbites héliocentriques des astéroïdes, on doit déterminer les six conditions initiales ou éléments osculateurs de l'orbite, dans le cas d'un système binaire le nombre d'inconnues, avec la masse du système, est de sept. Différentes approches sont possibles : grille plus ou moins dense, la plus directe mais aussi la plus coûteuse en temps de calcul ; grille mais parcourue selon un chemin particulier soit par algorithme génétique soit par chaîne de Markov (MCMC) ; technique Monte Carlo et approche bayésienne, en particulier s'il est alors possible de diminuer la dimension du problème initial.

### 1.3 Inversion statistique—Théorème de Bayes

Partant de la relation sur les probabilités de A et B

$$P(A \& B) = P(A).P(B|A)$$

et la version symétrique, le théorème de Bayes (Thomas Bayes 1702—1761) donne une relation sur la probabilité conditionnelle :

$$P(B|A) = P(A|B)/P(A) \cdot P(B)$$

où l'on fait apparaître que la probabilité à posteriori  $P(B|A)$  de B sachant A est donnée en fonction de la probabilité à priori  $P(B)$ . On peut voir que ce type de relation peut être itératif, où le système va pouvoir « apprendre » à chaque itération et à chaque ajout d'information A.

Une application de ce théorème, peut-être quelque peu surprenante vu qu'il aura eu 3 siècles d'avance, réside dans les filtres antispam (SpamAssassin, SpamBayes, ...) qui sont en fait basés sur ce type de relation.

$$P(\text{pourriel}|\text{mots}) = \text{Pr}(\text{mots}|\text{pourriel}) \cdot P(\text{pourriel}) / \text{Pr}(\text{mots})$$

La probabilité qu'un message soit en fait du « spam » — étant donné son contenu — est donnée par la probabilité que ces mots soient présent dans un spam avéré, multiplié par la probabilité générale qu'un message reçu soit un spam (ou la proportion des mails spam), divisé par la probabilité de trouver ces mots dans un message quelconque.

Dans le passage au continu, on obtient ensuite une relation sur les densités de probabilité :

$$p(Q|\mathbf{x}) \approx L(Q|x_1, x_2, \dots, x_n) \cdot p(Q)$$

que l'on peut formuler ainsi : la densité de probabilité à posteriori des paramètres à déterminer Q étant donné le vecteur des observables  $\mathbf{x}$  et proportionnelle à la fonction de vraisemblance  $L(Q|x_1, x_2, \dots, x_n)$  et à la densité de probabilité à priori des paramètres Q. La différence fondamentale entre une telle approche et l'approche plus classique « fréquentiste » réside dans le fait que l'on fait intervenir explicitement la connaissance à priori sur nos inconnues, et donc une forme d'apprentissage. En effet selon notre degré de connaissance à priori, le résultat  $p(Q|\mathbf{x})$  sera différent, résultat qui sera utilisé par la suite comme une nouvelle connaissance à priori.

## 1.4 Monte-Carlo

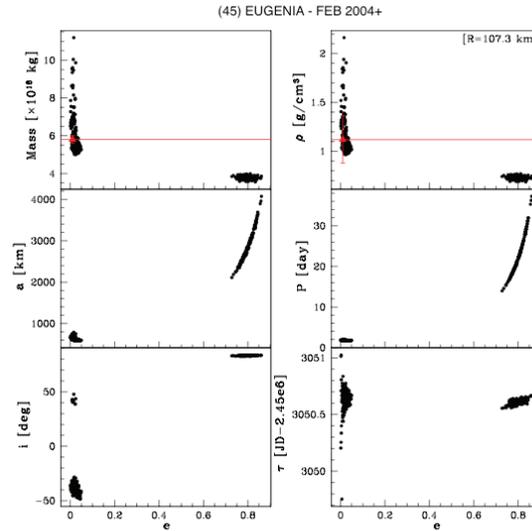
Ces probabilités sont évaluées par une technique Monte Carlo, laquelle approche ne se limite pas à déterminer la (ou les) solution la plus probable. En effet, un intérêt non négligeable réside dans le fait qu'il est facile de dériver l'ensemble de la distribution de probabilité (éventuellement multi-modale) de vérifier la non-linéarité du problème (mieux que ne le permet une technique de bootstrap basée sur un nombre de points limités), d'obtenir de inférences et zones de confidences aussi bien sur les paramètres à déterminer que sur des prédictions d'observables dans le passé ou le futur, et enfin des prédictions pour toute autre type d'observables.

## 2. Applications

### 2.1 Géocroiseurs, binaires, TNBs

Ces techniques d'inversion statistique sont particulièrement bien adaptées au cas où la redondance est faible, arc de la trajectoire observée court, peu d'observations et éparses, problème mal contraint, solution non unique, ... Ceci se rencontre pour les astéroïdes géocroiseurs nouvellement découverts [3] ou les objets trans-neptuniens. Suite aux travaux de J. Frouard, nous développons actuellement avec D. Bancelin ce type d'approche sur les géocroiseurs notamment pour mieux déterminer les incertitudes sur les caractérisations orbitales et les prédictions de collisions en tenant compte des nombreux effets perturbatifs et incertitudes (aussi bien stochastiques que systématiques) sur les modèles et les observations.

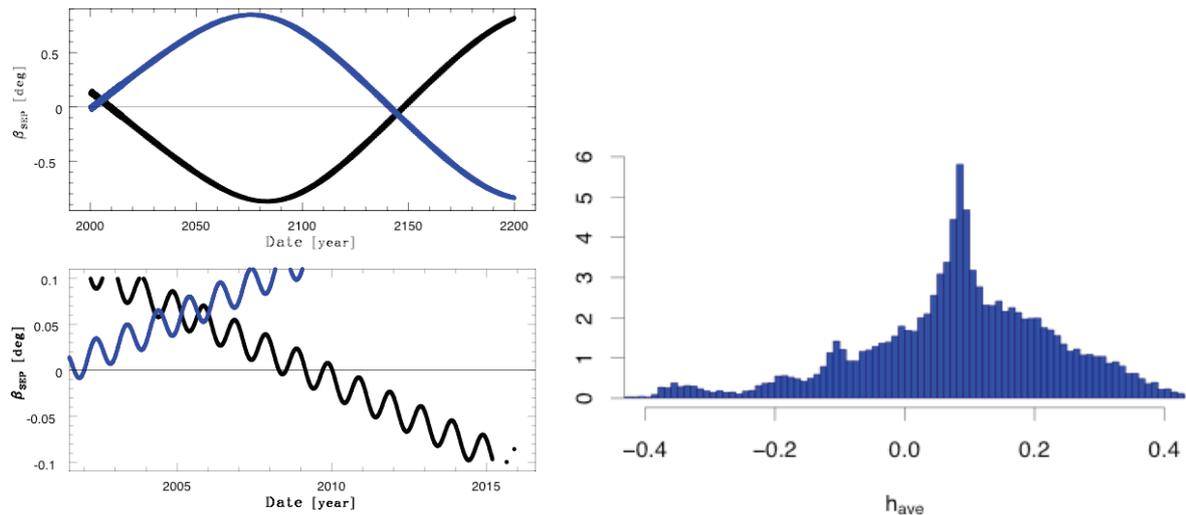
Je développerai ici l'application sur les astéroïdes binaires, en particulier ceux dont on possède peu d'observations astrométriques, notamment les binaires trans-neptuniens (TNBs). La méthode ne se limite pas uniquement au cas des binaires dans le système solaire mais aux binaires résolues en général. Une illustration de l'incertitude sur les paramètres orbitaux lorsque peu de points sont disponibles est donnée en Figure 1 ; Cependant, considérons des observations obtenues en haute résolution angulaire fournissant les positions relatives des deux composantes d'un binaire trans-neptunien.



**Fig. 1** : Distributions des éléments orbitaux et paramètres physiques. Ici la contrainte sur l'orbite est apportée par la connaissance a priori sur la masse.

## 2.2 Binaire trans-neptuniens

Le code 'statorbit' développé avec F. Vachier est basé sur la méthode de Thiele-Innes pour la détermination d'une orbite képlérienne passant par trois points, et sur un système d'essai-erreur en échantillonnant de manière aléatoire la période. L'avantage pour la rapidité des calculs est qu'il n'y a qu'un seul paramètre à explorer par la technique MC : la période orbitale ; tous les autres paramètres orbitaux et leur distribution en découlent. La détermination de l'orbite d'un système binaire est importante car elle permet de remonter, à partir de la 3ème loi de Képler, à la masse totale du système, et dans certains cas la masse du primaire. La masse étant alors connue avec une bonne précision, il faut encore une bonne connaissance de la taille et de l'albédo de l'objet pour en connaître la masse volumique (densité) et, par là, sa composition. Nous participons pour cela au programme d'observations en IR thermique Herschel key program « TNOs are cool », PI Th. Müller.



**Fig. 2** : De l'importance de connaître l'inclinaison de l'orbite d'un TNB. À gauche, prédictions de phénomènes mutuels pour 2003 QY90 pour les deux inclinaisons d'orbites possibles, les phénomènes ont lieu tous les 150 ans ! À droite prédiction de la distribution de l'inclinaison (moment cinétique moyen) pour la théorie CAC, les orbites progrades sont favorisées.

Un autre paramètre important pour ce type d'objet est l'inclinaison. Du fait de la faible parallaxe de ces corps, l'inclinaison reste difficile à déterminer avec exactitude, ce qui a une forte implication sur les prédictions de phénomènes mutuels Figure 2. Par ailleurs différents modèles proposent d'expliquer la formation de binaire dans cette région éloignée du système solaire. Le modèle CAC, chaos assisted capture [4], prévoit une distribution asymétrique de l'inclinaison en faveur des orbites progrades. Dans ce but, une demande de temps de télescope a été formulée à l'ESO en collaboration avec, entre autres, A. Doressoundiram (LESIA) et J. Berthier.

## Conclusion

Grâce aux puissances de calculs disponibles actuellement il est possible d'utiliser les techniques Monte Carlo pour explorer un large espace de phase dans le calcul des densités de probabilité de paramètres orbitaux et de modèles dans un problème de détermination d'orbite. On obtient non seulement des solutions probables mais aussi les zones de confiance sur 2-3 mn de temps CPU. L'approche bayésienne a été introduite et nous avons proposés des exemples d'applications pour les binaires trans-neptuniens.

## Références

- [1] Brouwer, D. & Clemence, G. M.: *Methods of Celestial Mechanics*. Academic Press, New York, 1961.
- [2] Beutler G.I. : *Methods of Celestial Mechanics. Astronomy and Astrophysics Library*. Berlin: Springer, Berlin, 2005.
- [3] Virtanen, J. : Asteroid orbital inversion using statistical methods. Ph.D. University of Helsinki, Finland (2005).
- [4] Astahov, S. et al. : Formation of Kuiper-belt binaries through multiple chaotic scattering encounters with low-mass intruders. *MNRAS* 360, 401.

# Le pôle d'activités de l'IMCCE sur l'environnement dynamique terrestre

W. Thuillot, J. Vaubaillon, D. Hestroffer

## Introduction

L'IMCCE poursuit des activités relatives aux objets de l'environnement terrestre, objets géocroiseurs et essais météoritiques. Ces activités concernent tous les objets astronomiques de cet environnement, astéroïdes ou comètes géocroiseurs et essais météoritiques. Elles concernent également plusieurs aspects de ces activités : les observations physiques et astrométriques, la recherche d'observations anciennes, ainsi que certaines études dynamiques. De surcroît une partie des résultats de ces recherches permet de diffuser des informations sur le serveur de l'IMCCE. Il existe donc une plateforme d'activités de recherche et de service qu'il serait très utile de coordonner et de réunir dans un pôle d'activités afin d'en accroître l'efficacité et de mieux répondre à un besoin national relevant parfaitement de la mission de l'IMCCE : la diffusion d'éphémérides de précision et d'informations dynamiques et physiques sur les objets géocroiseurs de toutes sortes.

## 1. Contexte international

Plusieurs centres de recherche développent des activités dans le domaine de la dynamique des objets géocroiseurs. Parmi les plus importants on peut citer le Minor Planet Center (<http://www.cfa.harvard.edu/iau/NEO/TheNEOPage.html>) qui, sous l'égide de l'Union Astronomique Internationale, diffuse des éphémérides, des prédictions de rapprochements, des observations et des listes d'alertes sur les objets géocroiseurs ; le Jet Propulsion Laboratory (<http://neo.jpl.nasa.gov/>) qui diffuse ce même type d'information mais donne également le facteur de risque de collision et diffuse des bulletins d'information spécifiques sur certains objets ; le site italien de l'université de Pise NEODys (<http://newton.dm.unipi.it/neodys>) qui diffuse ses propres éphémérides et calcul de risque d'impact tout en partageant pour beaucoup les méthodes et algorithmes utilisés par le JPL.

Par ailleurs plusieurs programmes d'observation pour la détection et la surveillance diffusent des informations sur leurs découvertes et affichent des pages pour en coordonner le suivi. C'est le cas de la plupart des « surveys » tels que LINEAR, LONEOS, CATALINA,... Citons également des organisations nationales ou internationales qui comme la fondation privée Spaceguard (<http://spaceguard.esa.int/>) dédient des activités à la coordination des observateurs. Il faut noter qu'aucun programme de détection et surveillance, en mesure de compléter ce qui est déjà réalisé à l'étranger et notamment aux USA, n'existe en France.

Pour ce qui est de l'activité des essais météoritiques, on accède à beaucoup moins de ressources que pour les objets géocroiseurs. Alors que plusieurs sites web diffusent des prédictions et des informations sur l'essaim des Léonides (voir par exemple celui de SETI-NASA <http://leonid.arc.nasa.gov/>), il y en a très peu qui diffusent des informations globales sur les essais météoritiques. Une organisation internationale d'amateurs apparaît dominer la coordination des observateurs et la diffusion des informations, l'International Meteors Organization (<http://www.imo.net/>). L'IMCCE est un des rares organismes à fournir des éphémérides des essais les plus importants sur son serveur [www.imcce.fr](http://www.imcce.fr) en lien avec ses activités de recherche (voir la communication de J. Vaubaillon et F. Colas). On y trouve aussi une liste de plusieurs autres organismes dans la rubrique « essais météoritiques ».

Pour compléter cette brève description du contexte international, il faut en outre citer les évolutions qui se préparent avec l'arrivée de télescopes extrêmement efficaces pour la détection des objets par des couvertures rapides (en quelques nuits) de leur ciel jusqu'à des magnitudes faibles. Ces télescopes, principalement Pan-Starrs et LSST deviendront pleinement opérationnels probablement vers 2012 et le flux de données sera alors très grand. On peut dès lors imaginer que le travail de suivi des objets et de réaction sur alerte, la quantité des données qui circuleront et qui devront être traitées, deviendront beaucoup plus importants dans quelques années et sont à prendre en considération dans le développement de notre projet. Signalons aussi la mission Gaia qui observera des NEOs à des magnitudes plus modestes mais dans des conditions géométriques différentes des surveys sol.

Il faut également citer un intérêt croissant de grands organismes internationaux, tels que l'ONU qui à travers un groupe de travail sur les géocroiseurs, souhaite améliorer notre connaissance de l'environnement terrestre dans le cadre de l'utilisation pacifique de l'espace.

## **2. Objectifs du projet de l'IMCCE**

Les activités de l'IMCCE sur la thématique des objets géocroiseurs et des essais météoritiques ne sont actuellement pas suffisamment coordonnées. Elles ne permettent pas encore de pourvoir rapidement en informations précises les organismes nationaux et internationaux, en particulier les organismes spatiaux, en matière de prédictions et de données sur alerte. Un effort très important a permis cependant de donner à l'IMCCE une place prépondérante au niveau international sur la modélisation des essais météoritiques et la prévision de leur activité [1]. Sur le plan de leur observation, un réseau (REFORME) pour l'observation radio des essais météores a d'ailleurs été mis en place par l'IMCCE. Par ailleurs plusieurs activités d'observation en réseau ont développées par l'IMCCE, Follow-up Gaia [2], réseau Euronear [3], réseau Phemu [4] et apparaissent bien adaptées à une contribution importante à l'alimentation d'un centre de données sur les objets géocroiseurs en données observationnelles.

Le projet de l'IMCCE est donc de mieux structurer des activités existantes, d'en développer de nouvelles et de bâtir un centre de données spécialisé en bénéficiant. Ce centre inclura en amont, des activités de recherche dans les domaines de la modélisation dynamiques mais aussi des méthodes d'observation et d'analyse des données, et en aval, un centre de données apte à obtenir des données observationnelles, à les traiter, à modéliser des orbites, diffuser des éphémérides d'objets géocroiseurs et des prévisions d'activités météoritiques.

Nos objectifs sont donc d'installer davantage l'IMCCE en collaboration avec des partenaires, dans la thématique de l'étude dynamique des objets géocroiseurs, d'apporter des réponses à des questions de dynamique, de physique, d'évaluation de risques, et de positionner l'IMCCE comme un des interlocuteurs des organismes internationaux. Il est important de noter que ces réponses seront obtenues de façon indépendante des autres centres et essentiellement sur la base de ressources propres, notamment ses propres modèles de mouvements planétaires, ce qui permet de mieux évaluer les risques lorsque des prédictions de collision sont annoncées.

## **3. Description du pôle d'activités sur l'environnement dynamique terrestre**

Le pôle d'activités sur l'environnement terrestre comprendra des activités de recherche et un centre de données qui bénéficiera des résultats de ces recherches, en termes de méthodes, de modèles, de processus d'acquisition ou de traitements de données, pour des applications opérationnelles.

### *3.1 Thématiques de recherche*

Parmi les thématiques de recherche sur les objets géocroiseurs qui peuvent se rattacher à ce projet, on peut citer principalement celles liées à la modélisation orbitale des objets et celles liées à leur caractérisation physique. Ainsi, des recherches sur les effets non gravitationnels et la force de Yarkovsky seront fondamentales pour mieux préciser les orbites sur le long terme. L'étude de méthodes d'observations sur alerte permettra de réaliser des progrès sur les prédictions orbitales à court terme et la construction de solutions préliminaires. On peut par exemple songer à utiliser l'observation sur alerte non seulement astrométrique mais aussi spectrométrique pour obtenir rapidement des vitesses radiales complémentaires des mesures de position. Le problème de l'inversion statistique [6] et de l'estimation des paramètres orbitaux sera au centre de la détermination des orbites préliminaires, opération fondamentale pour réaliser ensuite le suivi des objets nouveaux, éviter leur perte ou même mais aussi pour estimer toute probabilité de collision avec une planète ou la Lune.

Pour ce qui concerne les recherches liées aux essais météoritiques, les recherches pourront se concentrer principalement sur deux sujets. Nous étudierons le lien entre essaim météoritique et corps parent. La présence d'un essaim trahit celle d'un NEO et celle d'un NEO sur une orbite cométaire a toutes les chances de le désigner comme corps parent d'essaim météoritique. Pour les NEO menaçants, les PHA, la nature du corps est primordiale en cas de chute sur terre, l'étude de leur caractéristique physique à travers celle de l'essaim météoritique associé est donc très intéressante. Au-delà de l'environnement terrestre, nous nous intéresserons à la répartition des poussières dans le système solaire. Il s'agit donc de développer un modèle global nous

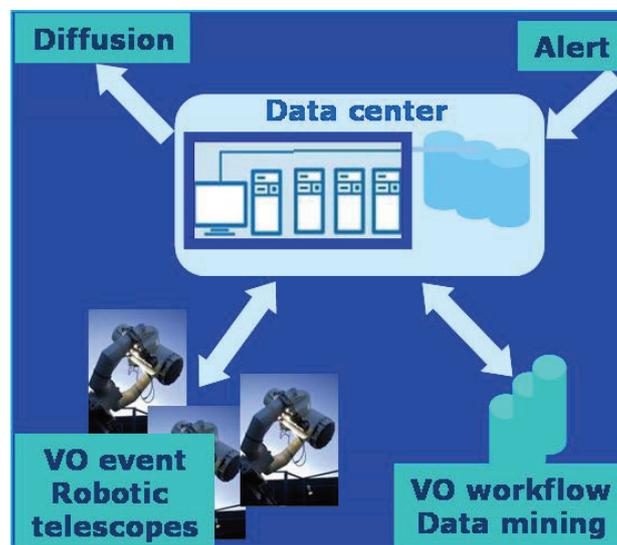
informant sur la densité de poussières qui pourraient être rencontrées par une sonde interplanétaire. Le but est de connaître le flux naturel continu de matière entrant dans l'atmosphère terrestre et d'étendre cette recherche à tout le système solaire, ce qui fournirait une base théorique aux observations faites au sol. Un tel modèle permettra de cartographier la matière cométaire dans l'ensemble du système solaire et aura de nombreuses applications : du rougissement des TNOs aux échanges de matières entre corps. Cela permettrait de statuer sur la question importante de la proportion de matière organique apportée par les comètes si l'on en trouve sur un sol quelconque (Mars, Europe).

### 3.2 Le centre de données

Le centre de données a pour objectif de constituer une base de données d'éléments orbitaux des objets géocroiseurs et de caractéristiques dynamiques et physiques des essaims météoritiques (fig. 1). On peut d'ailleurs concevoir à terme que ce centre puisse également concerner les débris spatiaux pour lesquels certaines approches rejoignent ce qui est développé pour les objets géocroiseurs.

Les opérations qui doivent être menées dans ce centre de données doivent comporter les phases suivantes :

- l'activité centrale est le calcul de modèles orbitaux sur la base d'une étude dynamique appuyée sur le traitement d'observations astrométriques
- cela nécessite dès lors l'accès à des contraintes observationnelles qui peuvent être obtenues de deux manières. Le déclenchement d'observations de suivi permet d'acquérir des observations nouvelles et précises.
- Elles peuvent être obtenues à travers un réseau d'observation incluant des stations d'observation, des systèmes d'observation à distance [7], ou des télescopes robotisés. Le fonctionnement en réseau permet de pallier les problèmes météorologiques et celui des conditions défavorables d'observabilité locale. Des campagnes peuvent aussi être organisées par ce biais afin de couvrir par exemple une période prévue de forte activité météoritique et de recueillir un maximum de données.



**Fig. 1 :** Le centre de données dynamiques de l'environnement terrestre pourra articuler trois types d'activités : la recherche de contraintes observationnelles par l'observation de suivi ou d'alerte en réseau, l'exploitation de la fouille d'archives, et la modélisation orbitale précise qui permettra de diffuser des éphémérides, des estimations de conditions de rapprochement de géocroiseurs ou d'activité météoritique, et des estimations de risques de collision.

- Elles peuvent être obtenues en puisant dans des résultats de fouille d'archives au cours de laquelle des associations de sources cataloguées n'ont pu encore être faites soit avec des sources stellaires, soit avec

des objets du système solaire connus à la date de la fouille. Ce type de données est fondamental pour préciser une orbite de NEA.

- Au final, des utilisateurs de ce centre pourront accéder à des éphémérides ou recevoir des alertes pour des objets particuliers qui nécessiteraient un suivi spécifique (NEA en approche, astéroïde dont on détecte une activité météoritique, activité météoritique exceptionnelle permettant de vérifier des hypothèses orbitales, ...). Il devra également pouvoir accéder à une base de données des éléments orbitaux corrigés par le centre de données et à des paramètres physiques utiles pour caractériser les objets.
- Cet ensemble d'activités pourra bénéficier des nouveaux moyens de communication entre serveurs ou entre serveur et bases de données : l'interopérabilité propre au contexte Observatoire Virtuel (OV) sera dès lors un outil parfaitement adapté. On peut également prévoir l'utilisation de services OV pour recevoir ou diffuser des alertes (protocoles de type VO-event), l'utilisation de « workflows » pour réaliser des fouilles d'archives automatiques [8], éventuellement sur des centres distants. Par nature, ce centre de données s'inscrira donc dans les activités globales de l'Observatoire de Paris et de son action pluriformation « Centre de données OV Paris ».

## Conclusion

L'ensemble des activités de recherche de l'IMCCE sur l'environnement dynamique terrestre concerne actuellement les essais météoritiques et les objets géocroiseurs. Ces activités méritent d'être davantage développées et coordonnées dans le cadre d'un pôle thématique incluant des collaborations internationales, avec pour un de ses objectifs, celui de fournir des données théoriques et observationnelles à un centre opérationnel pour diffusion d'éphémérides de précision. Outre l'activité de modélisation dynamique des objets géocroiseurs et celle des essais météoritiques, ce centre de données devra également coordonner des activités d'observations sur alerte pour obtenir des contraintes observationnelles nouvelles et précises, et réaliser et exploiter des activités de fouille d'archives pour en extraire des contraintes observationnelles sur le long terme. Ce centre de données pourra ainsi modéliser et caractériser les objets de cet environnement terrestre grâce à des ressources qui lui seront propres. Il diffusera alors des éphémérides de précision, des prédictions d'activités météoritiques, des prédictions de rapprochements d'objets géocroiseurs et des calculs de risques de collision, donc un ensemble de données indépendantes de celles des principaux centres de diffusion d'éphémérides existant actuellement aux Etats-Unis et en Italie.

## Références

- [1] J. Vaubaillon et F. Colas : Les météoroïdes dans le Système Solaire : l'IMCCE en position de leader, *Journées scientifiques*, 2008.
- [2] W. Thuillot : A Ground-Based Network of Observers for a Gaia Follow-Up, *Proc. of the Gaia Symposium "The Three-Dimensional Universe with Gaia"* (ESA SP-576), C. Turon, K.S. O'Flaherty, M.A.C. Perryman Eds., 2004
- [3] M. Birlan et O. Vaduvescu : Near-Earth Asteroids Observations with 2.2m/WFI in ESO-La Silla, *Journées scientifiques*, 2008
- [4] J.-E. Arlot, G.-D. Chis, L. Farkas, D. Moldovan, A. Nedelcu, P. Popescu, S. Sorescu, M. Stavinschi, L. Serbanescu, V. Tudose, V. Turcu : PHEMU 2003 campaign : observations of the mutual phenomena of the Galilean satellites in Romania, *A&A* 439, 785-789, 2005
- [5] W. Thuillot, J. Vaubaillon, H. Scholl, F. Colas, P. Rocher, M. Birlan, J.-E. Arlot: Relevance of the NEO dedicated observing program, *Acad. Sci.Paris, CR Phys.* 6, 327, 2005
- [6] D. Hestroffer : Détermination d'orbite par inversion statistique, *Journées scientifiques*, 2008
- [7] M. Birlan, A. Barucci, W. Thuillot: Solar system observations by remote observing technique: useful experience for robotic telescope strategies, *Astron. Nach.* 325, 6, 571-573, 2004
- [8] J. Berthier, J. Iglesias, W. Thuillot, G. Simon, F. Vachier : AstroId: an astronomical archives data mining tool, *Astron. Data Anal. Softw. Syst, ADASS 17*, Londres (à paraître dans PASP), 2008

## Présentation du groupe de travail Encelade

V.Lainey, J.-E Arlot, J.Desmars, O.Karatekin, B.Noyelles,  
N.Rambaux, S.Renner, A.Vienne

### Introduction

Le groupe de travail baptisé Encelade, du nom du satellite éponyme de Saturne, a été initié en 2006. Comprenant à l'origine 6 personnes, ce groupe s'est constitué afin de quantifier à partir du mouvement orbital d'Encelade la dissipation d'énergie globale à l'intérieur de ce satellite (mise en évidence par les observations de la sonde spatiale Cassini). Le groupe s'est depuis renforcé et comprend aujourd'hui huit personnes, dont 5 chercheurs, 2 post-docs et un thésitif. Des thématiques connexes ont été associées aux activités du groupe, telles que l'étude du couplage anneaux-satellites, l'origine de la forte excentricité de Titan, ou encore la nouvelle réduction astrométrique, via l'utilisation de techniques modernes et catalogues récents, de plaques photographiques utilisées au XX<sup>ème</sup> siècle.

### 1. Dissipation dans le système de Saturne

#### 1.1 Dissipation et accélération orbitale

Les marées levées par une planète sur son satellite ont pour origine la différence d'attraction exercée par la planète sur les différents points de la surface du satellite. Dans le cas d'une orbite circulaire, et sous réserve que le satellite évolue en résonance spin-orbite (ce qui est le cas de la grande majorité des satellites naturels), les marées lèvent des bourrelets statiques à la surface du satellite. Dans le cas d'une orbite excentrique, une variation d'amplitude et de direction de ces bourrelets à la surface du satellite s'opère. Si le corps n'est pas parfaitement élastique, une dissipation d'énergie prélevée sur le mouvement orbital réchauffe l'intérieur du corps. La perte d'énergie orbitale entraînant une diminution du demi-grand axe de l'orbite, une accélération dite séculaire sur la longitude du corps doit s'observer. Ainsi, il s'avère envisageable de quantifier directement la quantité d'énergie dissipée à l'intérieur d'un satellite comme Encelade par la quantification de son accélération orbitale. Afin de réaliser ce travail, il est toutefois nécessaire de disposer d'observations précises du satellite, sur un intervalle de temps le plus long possible. Il est à noter qu'un intervalle de temps trop court (quelques années) serait absolument insuffisant pour quantifier une accélération de l'orbite. En fait, nous disposons de plus d'un siècle d'observations des principaux satellites de Saturne.

#### 1.2 Premiers résultats

En adaptant des travaux développés à l'origine pour l'étude du système Io-Jupiter, nous avons déjà obtenu un premier résultat intéressant. En effet, au lieu d'obtenir une accélération séculaire sur le mouvement d'Encelade, c'est une décélération séculaire significative qui a été obtenue. Cela suggérerait une dissipation par marées à l'intérieur de Saturne (et non d'Encelade) plus élevée qu'attendu a priori. Ce travail a été présenté à l'AGU en décembre 2007 et a reçu un bon accueil de la communauté.

La poursuite de ce travail passe dorénavant par l'augmentation du nombre d'observations à introduire dans l'ajustement de notre modèle dynamique. La re-réduction de plaques photographiques par des catalogues stellaires récents comme Tycho2 ou UCAC2 est un point original de notre travail, parallèlement à l'obtention de nouvelles observations dont les campagnes de phénomènes mutuels (2009 pour le système de Saturne).

V.Lainey<sup>1</sup>, J.Desmars<sup>1</sup>, J.-E.Arlot<sup>1</sup>, O.Karatekin<sup>2</sup>, B.Noyelles<sup>3,1,4</sup>, A.Vienne<sup>1,4</sup>

Email: [lainey@obspm.fr](mailto:lainey@obspm.fr), [desmars@obspm.fr](mailto:desmars@obspm.fr), [arlot@obspm.fr](mailto:arlot@obspm.fr), [karatekin@obspm.fr](mailto:karatekin@obspm.fr), [noyelles@obspm.fr](mailto:noyelles@obspm.fr), [vienne@obspm.fr](mailto:vienne@obspm.fr)

<sup>1</sup>ACOS/Observatoire de Paris, UMRI 8025 du CNRS, 77 avenue Denfert-Rochereau, 75014 Paris, France

<sup>2</sup>Observatoire royal de Belgique, avenue circulaire 3, 1180, Louvain-la-Neuve, Belgique

<sup>3</sup>UNIVL - Département de Mathématique - Rempart de la Vierge 8, 5200 Namur, Belgique

<sup>4</sup>Université de Lille 1 - Observatoire de Lille, 1 impasse de l'Observatoire, 59000 Lille, France

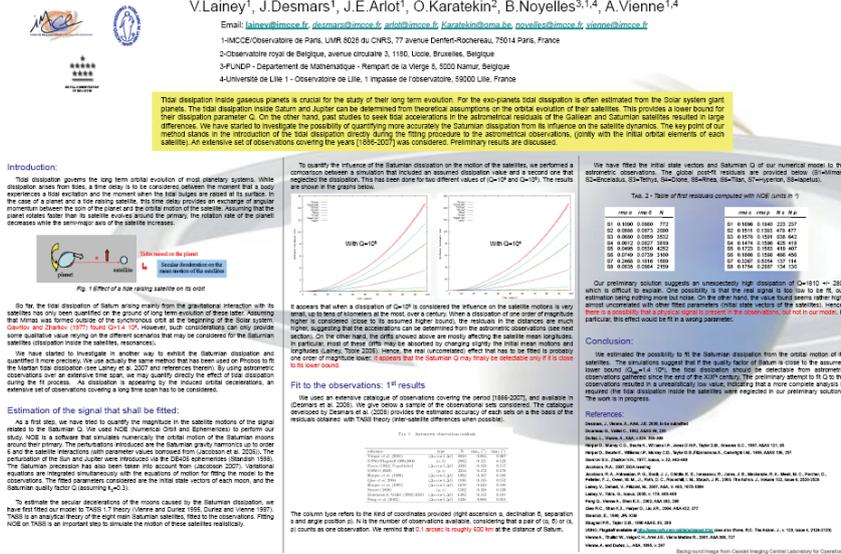


Fig. 1 : Poster présenté à l'AGU (2007)

## 2. Fonctionnement du groupe et perspectives

Notre groupe de travail s'est réuni une fois par semestre depuis mi-2006 à l'observatoire de Paris et à l'observatoire de Lille. Cela a permis de dégager d'autres thématiques associées au système de Saturne et mettant en synergie les compétences de chaque membre. L'une des plus importantes concerne l'interaction entre les anneaux et le mouvement orbital du couple Mimas-Téthys. En effet dans le milieu des années 1980, des travaux théoriques ont montré l'importance d'un échange de moment angulaire (sans pouvoir le quantifier) entre Mimas et les particules situées au bord extérieur de l'anneau B. La détection et la quantification de cet échange permettraient, d'une part, de déduire la densité de cet anneau, et d'autre part de revoir l'évolution passée du couple résonnant Mimas-Téthys. Des questions plus courantes portant sur l'origine de la forte excentricité de Titan et de la forte inclinaison de Japet sont également considérées. Enfin la participation à la campagne d'observation des phénomènes mutuels du système de Saturne débutant en 2009 permettra, en parallèle avec la mission Cassini, de disposer après réduction d'observations astrométriques supplémentaires d'une grande précision.

## Conclusion

Notre groupe de travail comprend huit personnes avec une proportion équilibrée entre observateurs et théoriciens. Les thèmes étudiés sont au carrefour de disciplines complémentaires dont l'astrométrie, la mécanique céleste et la géophysique. Une augmentation du nombre de réunions est maintenant nécessaire afin de pouvoir approfondir nos résultats et publier nos travaux durant l'année 2008-2009.

## Références

- [1] J.-E. Arlot, V. Lainey : The equinox on Jupiter and Saturn in 2009: observation of mutual events, *Asia Oceania Geosciences Society*, 2008.
- [2] V. Lainey, J. Desmars, J.-E. Arlot, O. Karatekin, B. Noyelles, N. Rambaux, S. Renner, A. Vienne : First step toward an accurate quantification of the Saturnian tidal dissipation, *Asia Oceania Geosciences Society*, 2008.
- [3] V. Lainey, J. Desmars, J.-E. Arlot, O. Karatekin, B. Noyelles, A. Vienne : First Steps Toward an Accurate Quantification of the Saturnian Tidal Dissipation, *American Geophysical Union, Fall Meeting*, 2007.

# EVOLUTION TECHNIQUE DU SERVEUR INTERNET DE L'IMCCE

Ch. Bakabadio et J. Lecubin

## 1. Situation du serveur internet

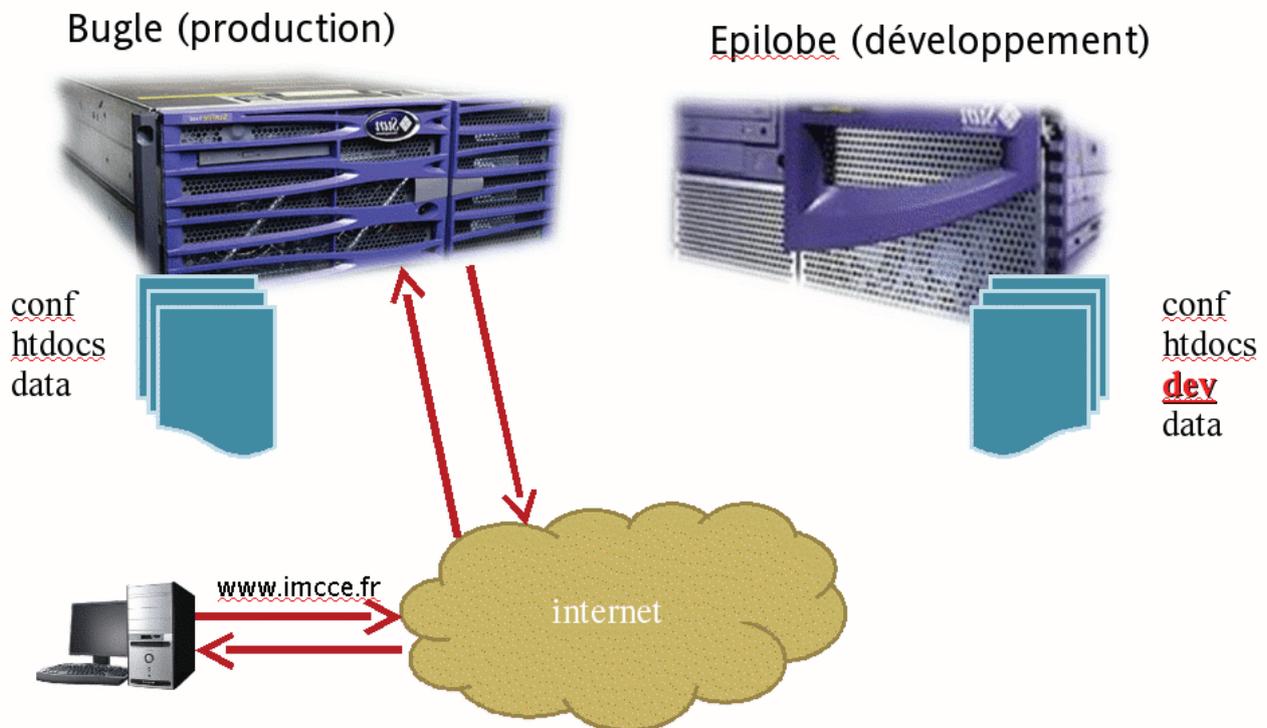
Le serveur internet de l'IMCCE est le portail [www.imcce.fr](http://www.imcce.fr) de l'institut sur lequel sont diffusées les éphémérides, les publications, et les campagnes d'observations. On y trouve aussi d'autres informations liées aux activités de l'institut.

Il y a quelques temps, ce serveur était hébergé sur la machine Bugle.

Bugle était donc la machine de production sur laquelle étaient stockés physiquement les fichiers de configuration du serveur, les pages web ainsi que les bases de données.

A côté de celle-ci, il y avait Epilobe qui était structurée de la même façon mais avec en plus un espace de développement dédié au test. Epilobe était donc la machine de développement qui aurait pu servir en cas de panne temporaire de Bugle.

Ainsi, de l'extérieur, lorsqu'un internaute saisisait [www.imcce.fr](http://www.imcce.fr) dans son navigateur, la requête était véhiculée via internet jusqu'à Bugle qui à son tour répondait en envoyant l'information à la machine source.



Le serveur web (Bugle) n'était plus à jour. Le service HTTP qui permet d'héberger les pages n'avait pas été mis à jour à cause de la structure des programmes utilisés et de leur interdépendance. Mettre à jour le service HTTP revenait à revoir tous les programmes liés et branchés au serveur et éventuellement à les mettre à jour. Cette interdépendance rendait l'opération de mise à jour périlleuse. C'était une tâche constamment difficile à mettre en œuvre. L'Hyperprocesseur qui permet de développer des pages dynamiques était obsolète lui aussi. Et la version de la base de données était antérieure par rapport à la version stable actuellement disponible.

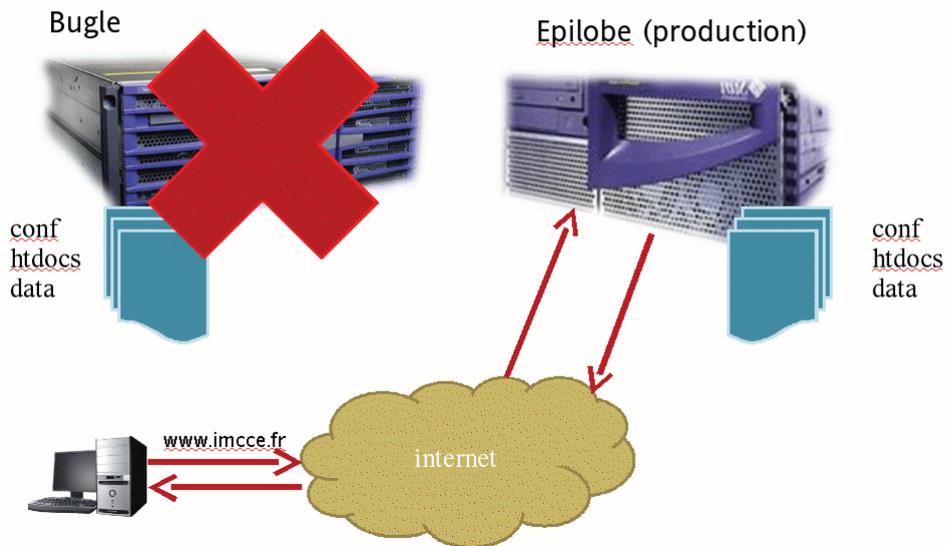
Cet état de bugle avait pour conséquence des failles de sécurité assez élevées, ce qui entraîna des piratages ponctuels de la machine.

En plus de cela, l'une des alimentations de la machine était HS. Nous tournions donc à 50% en puissance électrique sur cette machine. Et comme elle n'était plus sous garantie, la réparation serait longue et coûteuse.

Il nous fallait trouver une solution intermédiaire, et Epilobe s'y prêtait bien puisqu'elle avait été configurée pour cela.

Aujourd'hui, la solution intermédiaire consiste donc à considérer Epilobe comme notre serveur web de production. Toutes les requêtes [www.imcce.fr](http://www.imcce.fr) sont donc dirigées vers Epilobe qui les traite. Epilobe est une machine à jour, du moins, en ce qui concerne les services web.

## Solution intermédiaire



Malheureusement, dans cette situation, il serait risqué pour nous de continuer à développer sur cette machine et surtout de nous contenter de cet état. Car Epilobe est une machine moins puissante que Bugle et comme notre WWW est très sollicité, toutes les ressources de la machine seraient très vite utilisées et saturées. Cette solution, comme nous l'avons mentionné, n'est qu'une solution intermédiaire.

Qu'envisageons-nous nous donc pour demain ?

Nous envisageons une meilleure structuration du serveur web et des services autour. Nous envisageons de virtualiser le serveur web.

## 2. Principe de virtualisation

En informatique on appelle virtualisation l'ensemble des techniques matérielles et/ou logicielles qui permettent de faire fonctionner sur une seule machine plusieurs systèmes d'exploitation et/ou plusieurs applications, séparément les uns des autres, comme s'ils fonctionnaient sur des machines physiques distincts.



*Exemple de virtualisation d'un système Windows et Solaris sous Mac*

### Avantage de la virtualisation :

- Optimisation des ressources du serveur (CPU, RAM, lien réseau)
- Répartition des machines virtuelles sur les machines physiques en fonction des charges respectives
- Moins de machines physiques à administrer – baisse de la consommation électrique dans la salle informatique, moins d'entretien physique, compatibilité matérielle
- Possibilité de dupliquer le service virtuel sur une autre machine physique (service en spare)
- Possibilité d'attribuer une adresse ip propre à la machine virtuelle
- Transparent pour l'utilisateur

Enfin l'aspect sécurité par rapport au cloisonnement mutuel des services serveurs (isolation) : les processus ne peuvent pas sortir de leur environnement virtuel. Ainsi, en cas de fuites au niveau de la mémoire, de discréditation suite à des logiciels défectueux, les répercussions se limitent à la machine virtuelle et ne sont pas transmises aux autres services.

### Désavantage de la virtualisation :

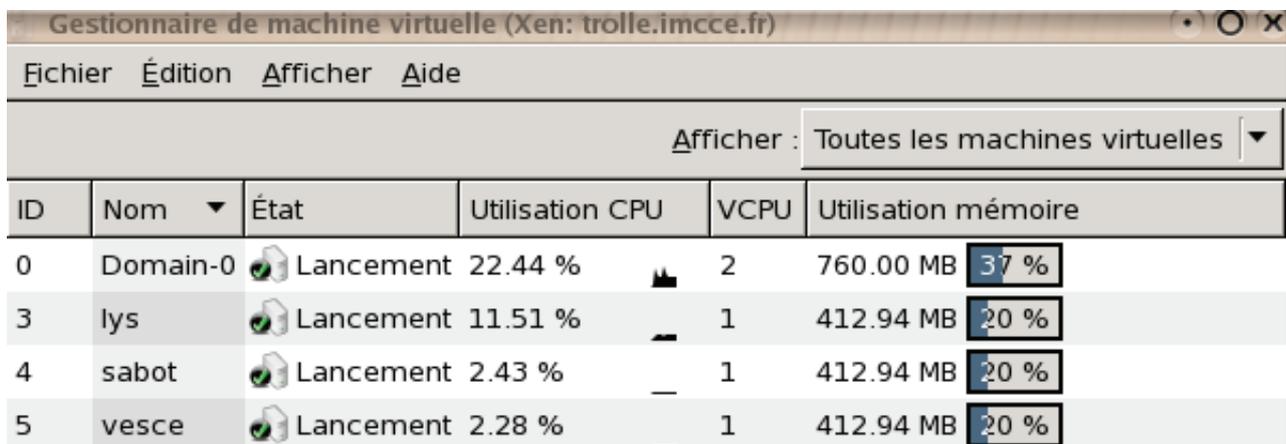
- L'arrêt de la machine physique entraîne l'arrêt des machines virtuelles hébergées sur ce serveur.

### La virtualisation à l'IMCCE :

Le service de virtualisation sous Linux ayant fait ses preuves et que nous utiliserons pour la mise en œuvre du nouveau serveur internet s'appelle Xen (voir annexes pour plus de détails sur le fonctionnement de Xen). Le service internet tournera à terme sur une machine virtuelle par l'intermédiaire de l'application Xen.

A l'heure actuelle, 3 services de production tournent sur des machines virtuelles sous Xen :

- 1 pour gérer le service DNS primaire de la zone imcce.fr (lys.imcce.fr)
- 1 pour gérer le service FTP (machine sabot.imcce.fr)
- 1 pour gérer l'ancien système d'authentification NIS (vesce.imcce.fr)



The screenshot shows the 'Gestionnaire de machine virtuelle (Xen: trolle.imcce.fr)' window. It features a menu bar with 'Fichier', 'Édition', 'Afficher', and 'Aide'. Below the menu is a dropdown menu for 'Afficher' set to 'Toutes les machines virtuelles'. The main area contains a table with the following data:

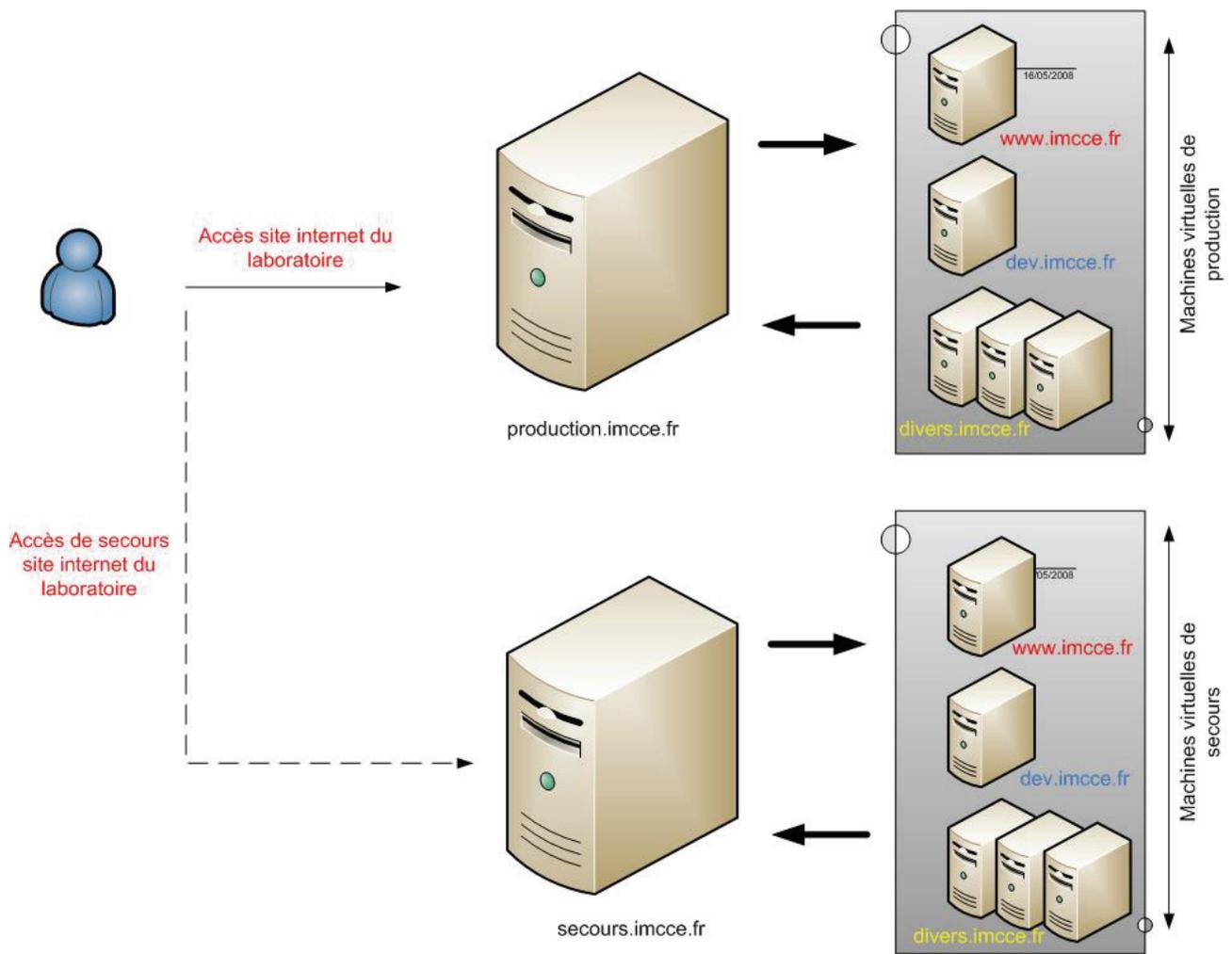
ID	Nom	État	Utilisation CPU	VCPU	Utilisation mémoire
0	Domain-0	Lancement	22.44 %	2	760.00 MB 37 %
3	lys	Lancement	11.51 %	1	412.94 MB 20 %
4	sabot	Lancement	2.43 %	1	412.94 MB 20 %
5	vesce	Lancement	2.28 %	1	412.94 MB 20 %

L'outil virt-manager permettant d'administrer les machines virtuelles

L'ensemble de ces machines est sur une seule machine physique. Le service de virtualisation Xen est fiable et nous n'avons rencontré aucun problème depuis sa mise en œuvre en début d'année.

Il faut veiller à traiter à part l'aspect « virtualisation du service » et l'hébergement des données. En effet on privilégiera l'hébergement des données sur une baie RAID 5 indépendante du serveur physique hébergeant le service virtuel.

Architecture du futur service internet du laboratoire :

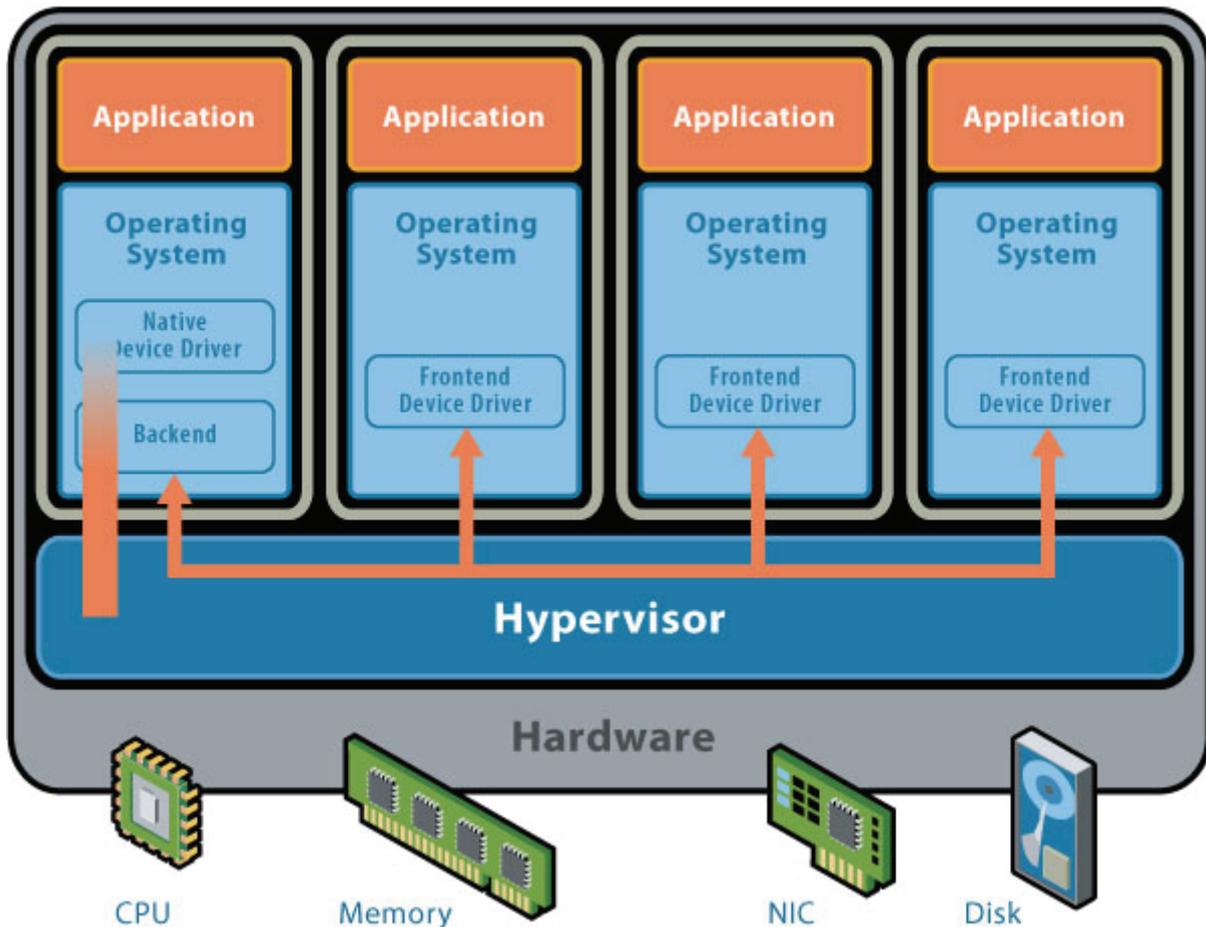


- 1 machine virtuelle pour l'hébergement du [www.imcce.fr](http://www.imcce.fr)
- 1 machine virtuelle pour le serveur de développement
- machines virtuelles dédiées aux sites hébergés faisant appel à des besoins spécifiques. Cela permet également de mieux les identifier sur le réseau (adressage IP spécifique pour chacune des machines virtuelles)

## ANNEXES

Comment fonctionne Xen ?

Xen est un logiciel de virtualisation de type hyperviseur. Il permet de faire tourner plusieurs systèmes d'exploitations sur une même ressource matérielle (PC ou serveur). Le principe de l'hyperviseur est de faire tourner les systèmes d'exploitations dans le noyau même et non pas de les émuler, ce qui permet de bonnes performances (proches des natives).



Les différents types de virtualisation :

1. Le logiciel de virtualisation crée un ordinateur virtuel simulé complet (Bios, processeur, mémoire, disque dur, cartes réseau ...), intercepte une grande majorité des instructions du système invité pour les remplacer par leur équivalent sur le système hôte.

Cela permet :

- l'exécution des applications prévues pour d'autres architectures,
- des performances médiocres
- le système « invité » n'a pas conscience de la virtualisation.

Exemple : Bochs

2. Le logiciel de virtualisation crée un ordinateur virtuel simulé complet (Bios, processeur, mémoire, disque dur, cartes réseau ...), intercepte et traduit uniquement certaines instructions particulières du système invité : celles qui auraient un impact en dehors de la machine virtuelle ou ne peuvent être exécutées directement par l'hôte.

Cela permet :

- l'exécution des applications prévues pour la même architecture
- de bonnes performances

- le système « invité » n'a pas conscience de la virtualisation
- Exemple : VMWare, VirtualBox

3. Le système « invité » doit écrire de manière particulière afin de fonctionner au sein de l'hyperviseur (pilotes et API spécifiques) et y fonctionne directement sans interception des instructions :

- nécessite un système invité compatible avec l'hyperviseur
- très bonnes performances
- le système invité a conscience de la virtualisation

Exemple : Xen, UML

4. Chaque environnement exécuté possède son propre espace mémoire, afin d'être isolé des autres, les autres ressources systèmes sont partagées (pilotes, noyau ...). Les instructions ne sont pas interceptées et l'environnement exécuté doit impérativement être compatible avec celui du système hôte (on ne peut pas par exemple exécuter Windows sur un environnement Virtuel de type Linux) :

- permet d'exécuter plusieurs fois le même environnement dans des zones mémoires partagées
- les ressources partagées empêchent d'obtenir une isolation sûre des environnements invités

Exemple : Linux Vserver, OpenVZ

# Précision d'extrapolation des éphémérides des satellites planétaires

J. Desmars, J-E. Arlot, A. Vienne

## Introduction

Les satellites planétaires sont observés depuis de nombreuses années et parfois même plusieurs siècles. Leur mouvement est modélisé et le modèle ainsi élaboré est ajusté aux observations. Les éphémérides issues de ces modèles ont actuellement une bonne précision (0.05" pour les meilleurs) mais cette précision reste limitée dans le temps pour des raisons de mauvaise modélisation d'une part et des raisons de biais dans les observations d'autre part. Dans un premier temps, nous exposerons la problématique liée à la précision des éphémérides puis nous présenterons les études déjà réalisées pour les astéroïdes et enfin, nous détaillerons la méthode du bootstrap permettant d'estimer cette précision.

## 1. Problématique

### 1.1. *Élaboration des éphémérides*

L'élaboration des éphémérides nécessite un modèle dynamique ajusté à des observations. Les modèles dynamiques décrivent le mouvement des satellites autour de la planète. Ils peuvent être analytiques (les équations du mouvement sont intégrées de manière analytique par la méthode des perturbations) ou numérique (les équations sont intégrées numériquement). Chaque modèle va donc dépendre d'un ensemble de paramètres  $c_i$  comme les masses des satellites, les conditions initiales (positions vitesses ou éléments orbitaux initiaux) qui permettent de déterminer pour un temps donné  $t$ , les positions de chaque objet. Une fois le modèle élaboré, il est nécessaire de l'ajuster aux observations.

L'ajustement aux observations consiste à déterminer les paramètres qui minimisent la différence entre positions observées et positions calculées. La méthode des moindres carrés est généralement utilisée et permet une bonne estimation de ces paramètres initiaux. Le modèle ajusté aux observations fournit ainsi des éphémérides des satellites.

### 1.2. *Précision des éphémérides*

La précision des éphémérides est de deux types :

- La précision interne qui est liée au modèle. Elle dépend des perturbations incluses ou non dans le modèle. Elle est souvent bien estimée et reste plutôt faible (3 mas par exemple pour les galiléens).
- La précision externe qui est liée aux observations. Elle dépend à la fois de la qualité des observations mais également de leur répartition temporelle. Cette précision est souvent mal connue et limite la précision globale des éphémérides.

Pendant les périodes d'observations, la précision des éphémérides peut être estimée grâce aux O-C (positions observées– positions calculées) et elle est d'ailleurs relativement bonne (0.1" en moyenne). En dehors de ces périodes, nous ne disposons d'aucun moyen pour l'estimer. La problématique est donc la suivante : Comment mesurer la précision réelle des éphémérides au cours du temps ?

## 2. Étude pour les astéroïdes

Ce problème de précision a en partie été étudié pour les astéroïdes. La voie classique pour aborder ce problème est de construire une famille d'orbites à partir de la solution des moindres carrés et de la matrice de covariance (Bordovitsyna *et al.*, 2001).

Avdyushev & Banshchikova (2007) utilisent cette méthode pour déterminer la position future de satellites joviens récemment découverts. Cette méthode consiste donc à créer  $N$  orbites (où  $N$  jeux de paramètres initiaux) à partir de celle solution des moindres carrés (notée  $c_0$ ) et de la matrice de covariance  $A_0$ .

$$c_0^i = A\eta^i + c_0 \text{ pour } i=1, \dots, N$$

où  $\eta^i$  est un vecteur de six composantes normalement distribuées et  $A$  est une matrice triangulaire obtenue par décomposition de Cholesky telle que  $A^T A = A_0$ . Ces  $N$  orbites permettent donc de déterminer une région de l'espace dans laquelle se trouve l'objet à un instant donné.

Muinonen & Bowell (1993) puis Virtanen *et al.* (2001) ont abordé ce problème d'une manière légèrement différente. Ils ont mis au point des méthodes statistiques permettant d'évaluer la position d'un astéroïde dans le futur. Ces méthodes s'appuient sur la création d'un échantillon d'orbites aléatoires qui peuvent expliquer les observations, moyennant une certaine erreur sur celles-ci. La position à un instant  $t$ , calculée à partir de chacune de ces orbites, fournit une région de l'espace où l'astéroïde est censé se situer. Cette méthode a été utilisée avec succès pour retrouver certains astéroïdes découverts par le passé puis perdus.

Pour les satellites, le problème est différent. En effet, les astéroïdes sont en général peu observés et ont un mouvement lent contrairement aux satellites dont le mouvement est rapide et ils sont souvent beaucoup observés. Cependant, le choix de méthodes statistiques pour l'étude de la précision des éphémérides semble être judicieuse.

## 3. Méthodes d'estimation de la précision

Nous allons nous intéresser dans un premier temps aux simulations d'observations qui donnera un premier aperçu de la variation de la précision au cours du temps. Nous présenterons ensuite une méthode de rééchantillonnage, le bootstrap.

### 3.1. Simulations d'observations

Le principe des simulations est le suivant :

- On choisit  $N=400$  dates d'observations tous les 36 jours (de 1930 à 1970).
- En considérant les positions données par le modèle<sup>1</sup> comme les positions réelles, on calcule les positions (ascension droite et déclinaison) pour chaque date d'observation.
- Pour chaque coordonnée, on ajoute un bruit gaussien de moyenne nulle et d'écart type  $\sigma=0.1''$

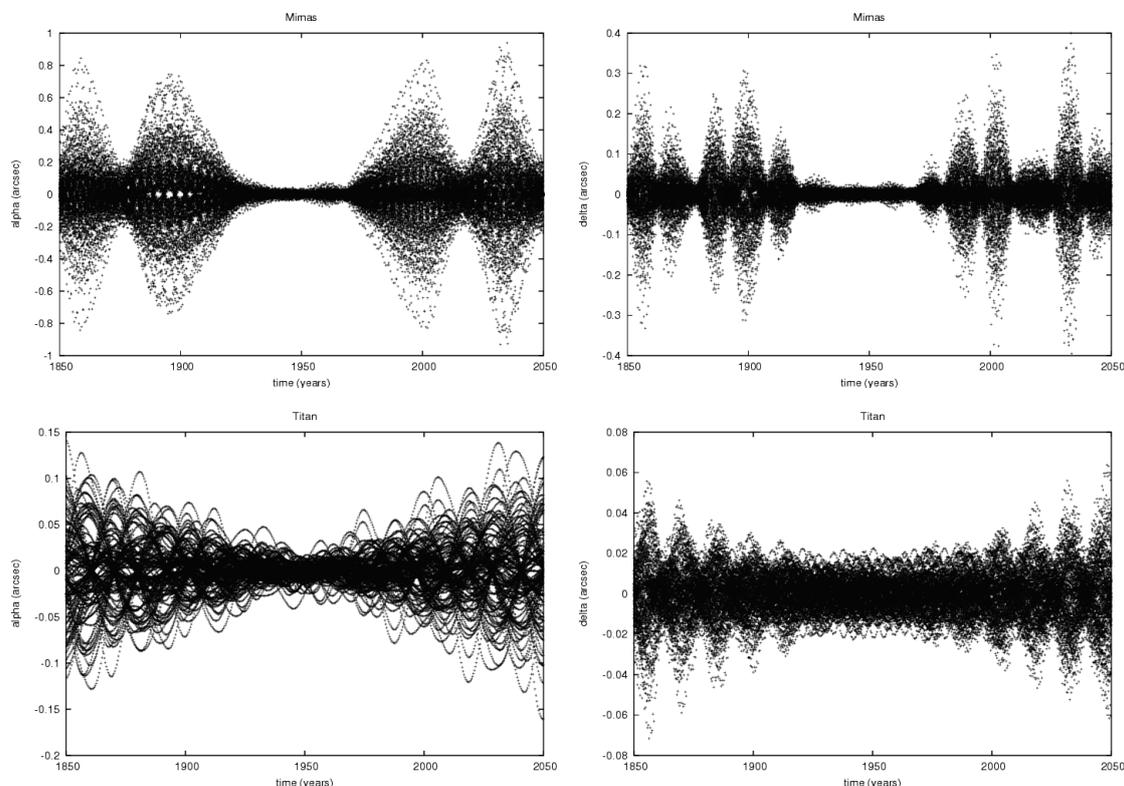
$N$  observations simulées sont ainsi créées et le modèle est ajusté à ces observations. Le processus est itéré 30 fois et on compare ensuite les positions données après chacun de ces ajustements aux positions initiales (avant ajustement). On obtient de cette manière un faisceau de 30 trajectoires.

Sur la figure 1 apparaissent les résultats obtenus après la création de 30 jeux observations simulées. Les différences en position ont été tracées en ascension droite et en déclinaison ( $\alpha, \delta$ ) pour le satellite Mimas.

---

<sup>1</sup> Le modèle utilisé ici est NOE (Lainey *et al.*, 2004) appliqué aux satellites de Saturne

Le résultat montre que pendant la période d'observations (1930-1970) la différence obtenue reste faible, mais en dehors, la différence varie fortement pour atteindre 1" en  $\alpha$  et 0.4" en  $\delta$  pour Mimas en 30 ans. De plus la divergence n'est pas linéaire mais elle oscille. Les différences de divergence entre Mimas et Titan s'expliquent par leurs périodes de révolution respectives. Pour les satellites à mouvement rapide comme Mimas (période de 0.942 jours), la divergence est plus importante que pour les satellites lents comme Titan (période de 15.945 jours).



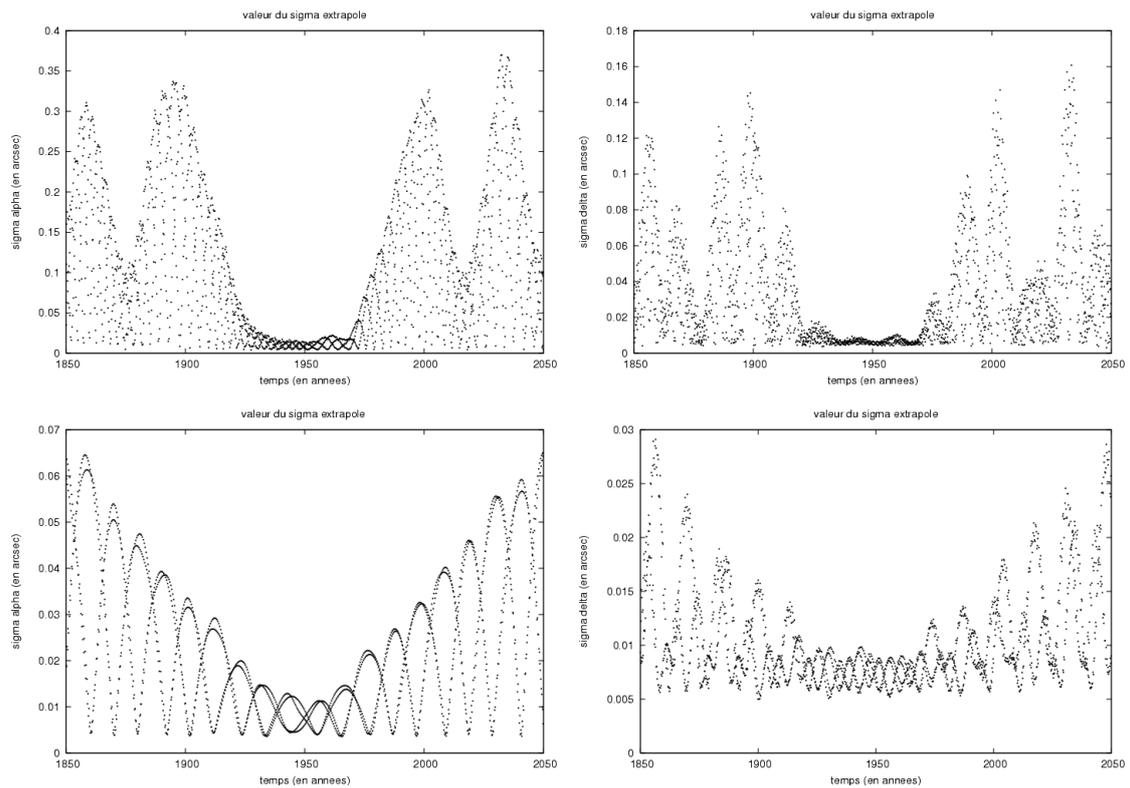
**Fig. 1 :** Différence en  $(\alpha, \delta)$  entre 30 orbites obtenues après ajustement aux observations simulées pour Mimas et Titan

Sur la figure précédente (Fig.1), c'est le faisceau d'orbites qui est représenté. Or l'idée est plutôt de déterminer l'écart type de la position au cours du temps. C'est pourquoi nous introduisons le paramètre  $\sigma$  qui est un bon estimateur de ce paramètre.

On le définit de la manière suivante : pour chaque orbite  $i$  (issue de l'ajustement au  $i^{\text{ème}}$  jeu d'observations) et à chaque instant  $t$ , on peut calculer la position  $\alpha_i(t)$  que l'on peut comparer à la position initiale  $\alpha_0(t)$ . En notant  $x_i(t) = \alpha_i(t) - \alpha_0(t)$ ,  $X = (x_i)_{i=1, \dots, B}$  est une variable aléatoire dont on peut calculer l'écart type :

$$\sigma(t) = \sqrt{\frac{1}{B-1} \sum_{i=1}^B (x_i(t) - \bar{x})^2}$$

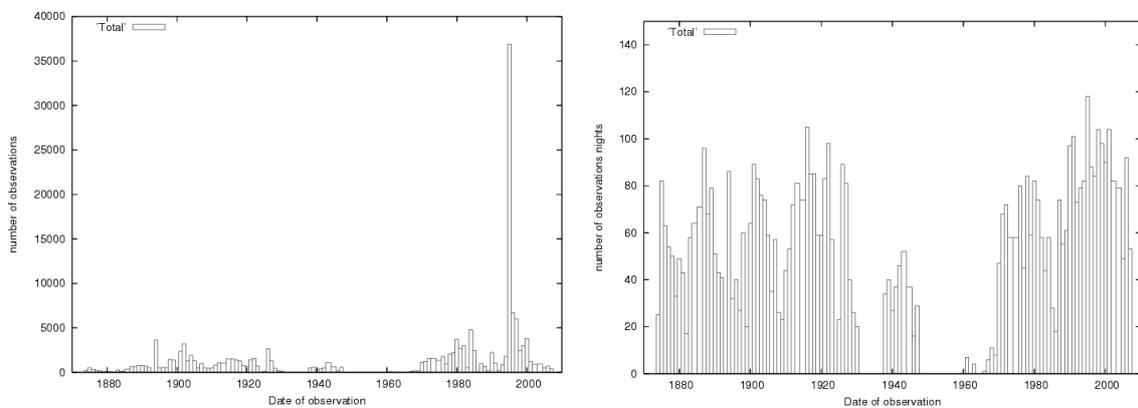
La figure 2 montre désormais l'évolution de l'écart type de la position des satellites Mimas et Titan entre 1850 et 2050 suite à un ajustement sur 400 observations entre 1930 et 1970.



**Fig. 2 :** Variation du  $\sigma$  de la position en  $(\alpha, \delta)$  pour Mimas (en haut) et Titan (en bas) après ajustement à 400 observations simulées entre 1930 et 1970

Les simulations d'observations donnent un aperçu de la manière dont varie la précision des éphémérides au cours du temps. Cela dit, les observations simulées sont équiréparties et de distribution parfaitement gaussienne. Dans la réalité, c'est tout autre.

Les observations des satellites de Saturne sont disponibles grâce au catalogue COSS08 (Desmars *et al.*, 2008) qui regroupe 150 000 observations des huit principaux satellites entre 1874 et 2007. La répartition parfaitement inhomogène de ces observations (Fig. 3) nous amène à développer de nouvelles méthodes pour étudier la précision des éphémérides issues d'ajustement à de vraies observations. L'une de ces méthodes est une méthode de rééchantillonnage : le bootstrap.



**Fig. 3 :** Répartition des observations des huit satellites principaux saturniens (par nombre et par nuit)

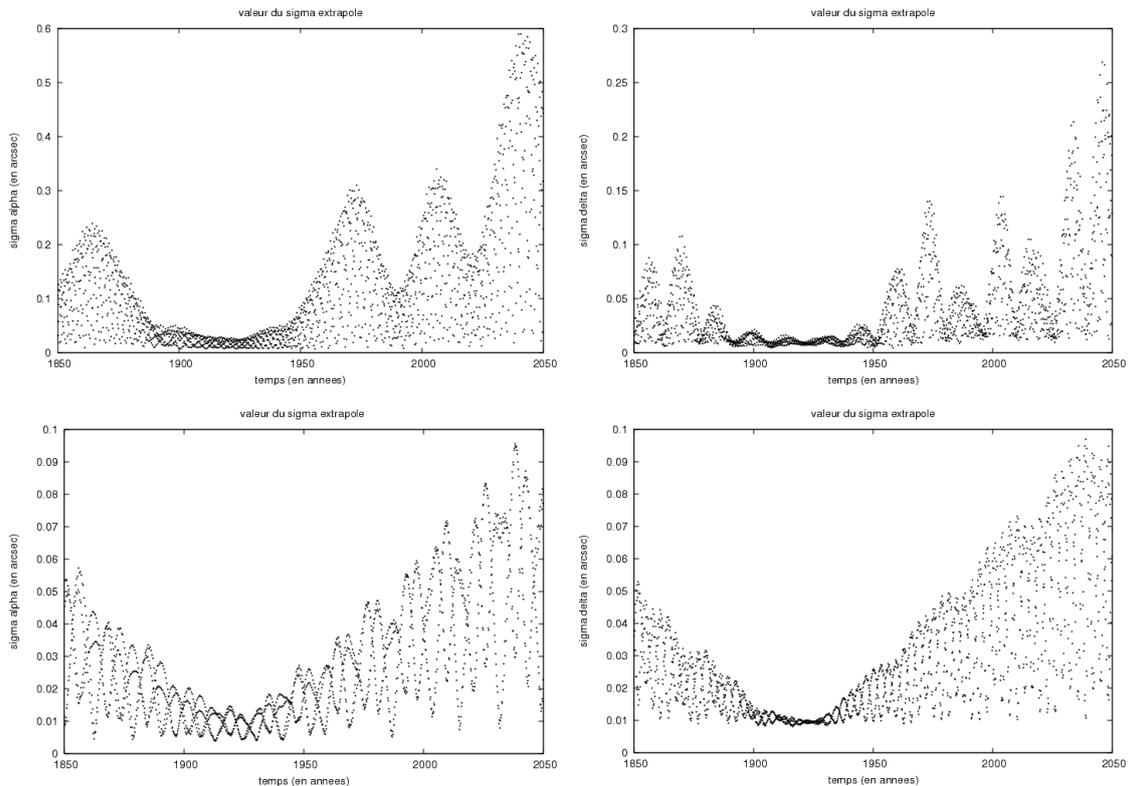
### 3.2. Le rééchantillonnage bootstrap

Le bootstrap est une méthode de rééchantillonnage introduite en 1979 (Efron & Tibshirani, 1993) permettant d'estimer un paramètre statistique. Pour un échantillon original  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_N)$ , on réalise  $N$  tirages aléatoire avec remise, ce qui donne un nouvel échantillon (par exemple :  $(x_j, x_3, \dots, x_3, \dots, x_N, \dots, x_i)$ ). On réitère de nouveau le processus et on peut créer de cette manière un nombre  $B$  de jeux d'observations.

On ajuste alors la théorie à chacun de ces nouveaux jeux d'observations créés, puis on compare les positions ainsi obtenues. Cette méthode est intéressante dès lors que la taille de l'échantillon original est importante (ce qui est le cas pour les satellites). L'idée est que l'on peut créer un grand nombre  $B$  d'échantillons, d'autant plus grand que  $N$  est grand.

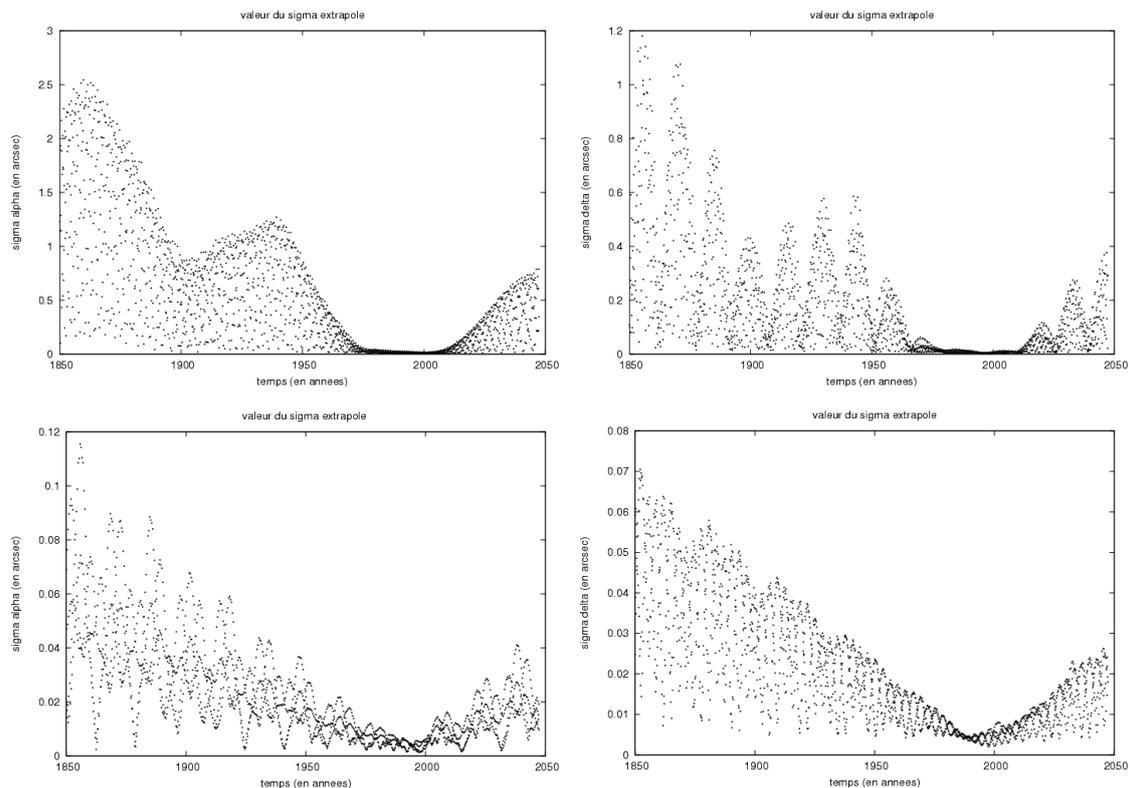
La méthode du bootstrap a donc été appliquée à un ensemble d'observations issues du catalogue COSS08. De la répartition des observations (Fig. 3), deux périodes peuvent être distinguées : les anciennes de 1874 à 1947 et les récentes de 1961 à 2007. Pour chacun de ces deux groupes, on réalise alors un rééchantillonnage et pour chaque jeu d'observations ainsi obtenu, on ajuste le modèle<sup>2</sup>. Les résultats apparaissent sur les figures 4 et 5 pour lesquels 30 jeux bootstrap ont été créés.

Ils montrent le même comportement que sur les simulations. En dehors de la période d'observations, la différence augmente rapidement. On constate que la divergence est plus importante sur l'ajustement aux observations récentes. Ceci peut sembler paradoxal dans la mesure où les observations récentes sont *a priori* de meilleure qualité que les observations anciennes. En fait, ce qui explique la différence ici est la durée de la période d'observations. Pour les observations récentes, la période s'étale sur 46 ans alors que la période des anciennes observations s'étale sur 73 ans. Il est donc préférable d'avoir une longue période d'observations de qualité moyenne qu'une courte période de bonnes observations lorsque l'on souhaite établir des éphémérides précises.



**Fig. 4 :** Variation du  $\sigma$  de la position en  $(\alpha, \delta)$  issue d'un ajustement sur 30 jeux « bootstrap » de vraies observations entre 1874 et 1947 pour Mimas (en haut) et Titan (en bas).

<sup>2</sup> Cette fois le modèle utilisé est TASS1.7 (Vienne & Duriez, 1995)



**Fig. 5 :** Variation du  $\sigma$  de la position en  $(\alpha, \delta)$  issue d'un ajustement sur 30 jeux « bootstrap » de vraies observations entre 1961 et 2007 pour Mimas (en haut) et Titan (en bas).

## Conclusion et perspectives

La méthode du bootstrap permet d'estimer la précision des éphémérides de satellites au cours du temps. Néanmoins, elle s'appuie sur la notion d'observation. Mais comment considérer deux observations du même objet faites à quelques minutes d'intervalles ? Nous sommes donc amenés à reconsidérer la définition même d'une observation et plus généralement à nous interroger sur l'indépendance des observations.

Le cas des satellites des autres planètes sera étudié prochainement. Le but étant de formaliser les résultats obtenus en déterminant une famille de paramètres permettant d'exprimer la précision d'une éphéméride au cours du temps.

## Références

- Avdyushev V. A. & Banschikova M. A., 2007, *SoSyR*, 41, 413.
- Bordovitsyna T., Avdyushev V., Chernitsov A., 2001, *CMDA*, 80, 227.
- Desmars J., Vienne A., Arlot, J-E., 2008, *A&A*, submitted.
- Efron B. & Tibshirani R.J., 1993, *An Introduction to the Bootstrap*, Monographs on Statistics and Applied Probability.
- Lainey V., Duriez L., Vienne A., 2004, *A&A*, 420, 1171.
- Muinson K. & Bowell E., 2001, *Icarus*, 104, 255.
- Vienne A., Duriez L., 1995, *A&A*, 297, 588.
- Virtanen J., Muinson K., Bowell E., 2001, *Icarus*, 154, 412.

# Nouvelle analyse de plaques photographiques des satellites Galiléens

V. Robert - J.E. Arlot - V. Lainey

## Introduction

Une nouvelle réduction de plaques photographiques anciennes est très importante dans le but d'améliorer les positions astrométriques des corps observés. Les plaques ici étudiées concernent essentiellement le système de Jupiter et ont été réalisées par Dan Pascu il y a 30 ans. Membre du United States Naval Observatory (USNO, Washington USA), Dan Pascu a réalisé de nombreuses observations des satellites Galiléens de Jupiter, des principaux satellites de Saturne, des satellites de Mars et des satellites d'Uranus. Dan Pascu n'ayant pas de successeur à l'observatoire naval, la décision a alors été prise de confier sa collection de plaques à l'IMCCE, lequel laboratoire avait un intérêt certain à numériser et réduire à nouveau ces photographies.

## 1. Les plaques photographiques de Dan Pascu

Les plaques photographiques de Dan Pascu ont été numérisées, à ce jour, par le scanner MAMA du GEPI (Observatoire de Paris). Numériquement, il s'agit d'images fits de 16384 x 12288 pixels dont l'échelle théorique est de 20,343"/mm. Ces dimensions confèrent un champ d'étude de 57 minutes de degrés sur l'axe des abscisses. Chaque plaque comporte de 4 à 7 observations successives et de 1 à 65 étoiles.

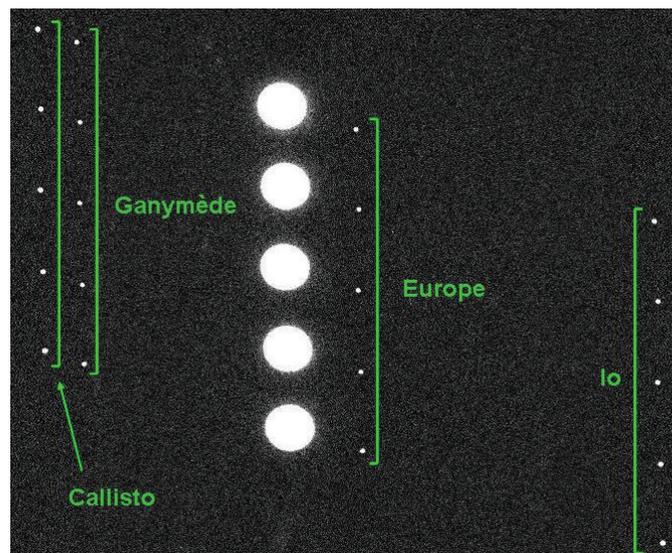


Fig. 1 : Zoom sur le centre d'une des plaques après numérisation

## 2. Une nouvelle méthode d'analyse

### 2.1 *Un bref comparatif*

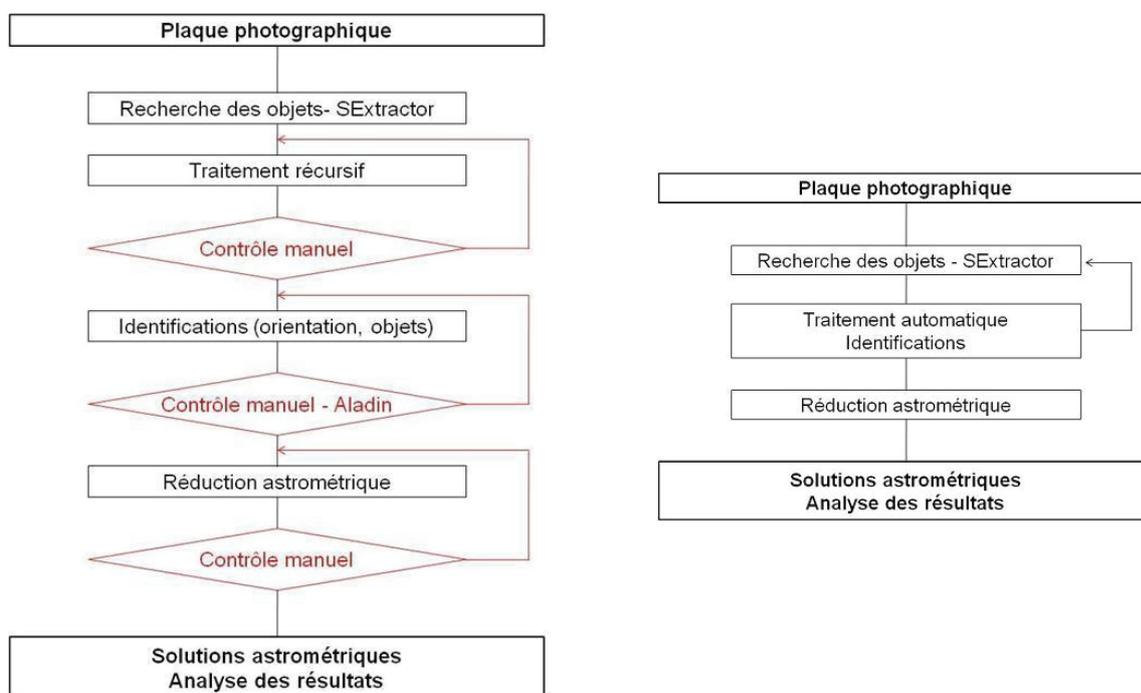
Une première méthode d'analyse avait été mise en place au cours de deux stages ingénieurs en 2005 et 2006. Cette base a été reprise début 2007 en étant optimisée.

Une composante importante de la première méthode suscitée s'avérait être la phase de détection des objets sur la plaque. Cette phase était appelée "phase de récurrence". Par exemple, si nous nous référons à la plaque représentée en Fig. 1, nous pouvons remarquer la présence de 5 observations successives sur la même photographie. Ainsi, la phase de récurrence impliquait que seuls les éléments répétés 5 fois (sous certaines conditions de position) devaient être analysés.

Cette approche qui nous semblait alors justifiée et par là même optimale, s’est ensuite avérée comme présentant plusieurs inconvénients. Il est arrivé que des défauts sur la plaque se substituent à des objets significatifs (notamment des étoiles) dans une suite d’éléments. Nous nous sommes aussi rendu compte de l’importance de traiter les observations indépendamment les unes des autres et non plus en tant que suites d’éléments répétés sur une même plaque car il est très fréquent que les temps de pose de chaque observation soient différents ; ainsi, il se pouvait qu’un objet soit observé, par exemple, sur les trois premières observations et non sur les deux autres (dans le cas de 5 observations). En définitif, cet astre n’aurait pas été détecté lors de la phase de récurrence car son nombre de répétitions n’aurait pas concordé. De la même manière, un astre positionné en bordure de plaque (haut ou bas) pouvait avoir une ou plusieurs observations en dehors de l’image ; l’objet n’aurait pas été détecté non plus. Ces quelques incertitudes sur les détections impliquaient donc de contrôler les résultats à chaque étape de la méthode, ce qui était en contradiction avec la nécessité d’automatiser la procédure.

L’objectif principal étant d’utiliser le plus de sources (étoiles) possible pour la phase de réduction astrométrique, il n’était pas concevable de devoir “oublier” certains éléments. L’accent devait aussi être mis sur l’automatisation du processus, le nombre de plaques photographiques à analyser étant à ce jour de 500.

Une nouvelle méthode a ainsi été mise en place sur les bases de celle de 2006. Les grandes lignes ont été conservées mais les processus ont été entièrement repensés, simplifiés puis recodés. Cette nouvelle méthode est explicitée dans les prochains paragraphes et représentée ci-dessous.



**Fig. 2 :** Présentation de la méthode d’analyse de 2006 (gauche) et de la nouvelle méthode de 2007 (droite)

## 2.2 Recherche des objets significatifs

La première étape de l’analyse consiste, après numérisation, à extraire les sources depuis l’image via le programme Source Extractor (E. Bertin, IAP). Ceci permet de créer un catalogue d’objets de la plaque étudiée : tous les éléments significatifs (planète, satellites et étoiles) sont détectés puis rangés dans un “catalogue” selon des paramètres préalablement définis (positions X et Y, erreurs sur ces positions...). Il est à noter que les défauts des plaques peuvent aussi être détectés et extraits ; ainsi, il n’est pas rare de disposer d’un catalogue d’objets de plus de 1000 items dont 95% sont inutiles. Un tri est donc nécessaire pour pouvoir conserver uniquement les éléments “intéressants”.

### 2.3 Identification des objets

La seconde étape consiste à appliquer un filtre aux éléments du catalogue d'objets via un programme de "reconnaissance de champ". Un champ virtuel est créé puis superposé aux objets détectés ; les données théoriques et observées sont ensuite comparées pour identification (O-C).

Contrairement à la phase de récurrence explicitée en section 2.1, les objets ne sont plus détectés en fonction de leur nombre de répétitions sur la plaque ; chaque observation est désormais traitée indépendamment des autres. Connaissant la date précise des observations (début et temps de pose), la création du champ virtuel permet de prédéfinir les positions de tous les objets qui doivent être présents sur la photographie et que nous devons trouver. Les coordonnées théoriques ainsi calculées sont comparées aux coordonnées du catalogue d'objets.

Il est important de comparer cette étape avec son analogue de 2006 : il est apparu que nous disposons aujourd'hui de bien plus d'étoiles que ce que nous avons estimé auparavant. Ceci est dû principalement aux inconvénients de l'ancienne méthode explicités en section 2.1. Si nous prenons l'exemple de la plaque n°2114, nous étions parvenus à identifier 5 étoiles sur son champ en 2006 ; avec la méthode de reconnaissance de champ, nous identifions sur la même plaque 13 étoiles au minimum. Le nombre le plus important d'étoiles identifiées étant de 65, alors que nous n'en avons identifié que 27 sur la même observation en 2006.

Les étoiles peuvent être caractérisées selon les informations de plusieurs catalogues, qu'il s'agisse de l'Hipparcos, du Tycho2 ou encore de l'UCAC2. Les objets sont ensuite rangés dans un fichier (input), lequel sera utilisé par le programme de réduction astrométrique.

### 2.4 Réduction astrométrique

Un programme a été spécialement conçu pour s'intégrer parfaitement dans la nouvelle méthode d'analyse des plaques de Dan Pascu. Du fait du nombre restreint de références dont nous disposons, il a été nécessaire d'apporter nombre de corrections afin de minimiser les erreurs sur les solutions astrométriques calculées : correction des parallaxes, correction des aberrations, correction de la déflexion de la lumière, correction de la réfraction atmosphérique... Le nombre de paramètres à ajuster peut être choisi en fonction du nombre de références ; et le code est aisément modifiable pour être utilisé sur tous les corps du système solaire.

Il est à noter que le développement du code de réduction astrométrique nous a amené à créer une routine innovante de correction de la réfraction atmosphérique. Un modèle d'atmosphère standard a été choisi pour pouvoir caractériser les différentes zones parcourues par les rayons lumineux. Le chemin de la lumière est segmenté sur son trajet ; les déviations sont calculées à chaque pas pour définir au final une variation globale à corriger. Ceci fera l'objet d'une prochaine publication.

```
Residus etoiles en secondes
residus new: 0.0280977    0.0216367
residus new: 0.1261814   -0.0324443
residus new: -0.0663564  -0.1152628
residus new: 0.0398487   0.0199964
residus new: 0.0303450   0.0616007
residus new: 0.0486528   0.0396968
residus new: 0.0464108   0.0504933
residus new: 0.0160006   -0.0392356
residus new: -0.0989004   0.0525120
residus new: -0.0206864   0.0936592
residus new: 0.0363454   0.1074550
residus new: -0.0976426  -0.0573919
residus new: 0.0897102   0.1271455
residus new: 0.0336628   0.0610698
residus new: 0.0473965   -0.0397058
residus new: -0.0369985   0.0180813
```

Fig. 3 : Résidus calculés sur les références (arcsec) après détermination des constantes de plaque

### 3. Les premiers résultats

A ce jour, les premières réductions ont été effectuées sur les plaques numérisées à la MAMA. Les résultats sont très encourageants : les résidus sur les positions des étoiles sont inférieurs à 25 mas en moyenne, comme présenté en Fig. 3.

Une fois les constantes de plaque déterminées, nous calculons les solutions astrométriques des satellites Galiléens, ainsi que les O-C. Nous obtenons des résidus sur les satellites inférieurs à 50 mas en positions absolues, ce qui n'a jamais été atteint jusqu'à maintenant (sauf en inter satellite).

Satellite: <u>J1 Io</u> (Valery Lainey v. 1.1.)			
Coordinates astrometric			
JD	o-c(alpha),"	o-c(delta),"	
2449521.578590	-0.0683	0.0274	
2449546.564713	0.0273	0.0136	
2450250.763972	-0.0622	-0.0302	
2450714.591877	-0.0076	0.0501	
----->			
Mean o-c(alpha)	-0.0277"	Mean o-c(delta)	0.0152"
Sigma o-c(alpha)	0.0483"	Sigma o-c(delta)	0.0330"
Sigma o-c(distance)	0.0567"		
4			
Satellite: <u>J2 Europe</u> (Valery Lainey v. 1.1.)			
Coordinates astrometric			
JD	o-c(alpha),"	o-c(delta),"	
2449521.578590	-0.0772	0.0678	
2449546.564713	-0.0436	-0.0266	
2450250.763972	-0.1851	-0.0787	
2450714.591877	0.0228	0.0747	
----->			
Mean o-c(alpha)	-0.0708"	Mean o-c(delta)	0.0093"
Sigma o-c(alpha)	0.1032"	Sigma o-c(delta)	0.0654"
Sigma o-c(distance)	0.1165"		
4			
Satellite: <u>J3 Ganymede</u> (Valery Lainey v. 1.1.)			
Coordinates astrometric			
JD	o-c(alpha),"	o-c(delta),"	
2449521.578590	-0.0279	-0.0261	
2449546.564713	0.0645	0.1101	
2450250.763972	-0.1051	-0.1216	
2450714.591877	-0.0542	0.0799	
----->			
Mean o-c(alpha)	-0.0307"	Mean o-c(delta)	0.0106"
Sigma o-c(alpha)	0.0688"	Sigma o-c(delta)	0.0922"
Sigma o-c(distance)	0.1127"		
4			
Satellite: <u>J4 Callisto</u> (Valery Lainey v. 1.1.)			
Coordinates astrometric			
JD	o-c(alpha),"	o-c(delta),"	
2449521.578590	0.0008	-0.0060	
2449546.564713	-0.0785	0.0145	
2450250.763972	-0.0999	-0.3201	
2450714.591877	0.0413	-0.0019	
----->			
Mean o-c(alpha)	-0.0341"	Mean o-c(delta)	-0.0784"
Sigma o-c(alpha)	0.0668"	Sigma o-c(delta)	0.1602"
Sigma o-c(distance)	0.1722"		
4			

Fig. 4 : Résultats O-C sur les satellites Galiléens à partir de 4 observations réalisées de 1994 à 1998

À ce niveau de l'étude, plusieurs problèmes se sont posés, lesquels nous ont amené à prendre une nouvelle orientation pour la suite du programme.

Tout d'abord, certaines des corrections apportées par le code de réduction astrométrique sont de l'ordre de quelques mas et sont donc trop fines pour pouvoir supplanter le bruit important du scanner. Ensuite, il est apparu que la machine de la MAMA avait, en outre, quelques défauts de fonctionnement : réticon dévié, cartes d'acquisition endommagées... de sorte que deux numérisations distinctes d'une même plaque ne donnent pas les mêmes résultats. Les résidus moyens sur les étoiles et les O-C sur les satellites passent d'ailleurs du simple en double selon deux scans différents.

Mean equator and equinox of J2000.					
Coordinates astrometric					
JD	O-C(alpha), "	O-C(delta), "			
2449521.577548	0.0246	0.2258			
2449521.578590	-0.0944	0.0629			
2449521.579053	-0.0517	-0.0078			
2449521.579574	-0.0089	-0.0077			
2449521.580153	0.8395	0.3926			
----->					
Mean O-C(alpha)	0.1418"	Mean O-C(delta)	0.1332"		5
Sigma O-C(alpha)	0.3787"	Sigma O-C(delta)	0.2045"		
Sigma O-C(distance)		0.4231"			
Mean equator and equinox of J2000.					
Coordinates astrometric					
JD	O-C(alpha), "	O-C(delta), "			
2449521.577548	0.0535	0.2269			
2449521.578590	-0.0843	0.0698			
2449521.579053	-0.0440	-0.0133			
2449521.579574	0.1873	-0.1963			
2449521.580153	0.9316	-1.6239			
----->					
Mean O-C(alpha)	0.2088"	Mean O-C(delta)	-0.3074"		5
Sigma O-C(alpha)	0.4277"	Sigma O-C(delta)	0.7392"		
Sigma O-C(distance)		0.8493"			

Fig. 5 : Résultats O-C sur Europe pour la même plaque scannée en 2006 et en 2007

Mean equator and equinox of J2000.					
Coordinates astrometric					
JD	O-C(alpha), "	O-C(delta), "			
2449521.577548	-0.0449	0.2748			
2449521.578590	-0.0131	-0.0204			
2449521.579053	0.0083	-0.0178			
2449521.579574	0.0111	0.2185			
2449521.580153	0.9777	0.4812			
----->					
Mean O-C(alpha)	0.1878"	Mean O-C(delta)	0.1873"		5
Sigma O-C(alpha)	0.4378"	Sigma O-C(delta)	0.2667"		
Sigma O-C(distance)		0.5043"			
Mean equator and equinox of J2000.					
Coordinates astrometric					
JD	O-C(alpha), "	O-C(delta), "			
2449521.577548	0.0373	0.2559			
2449521.578590	-0.0031	-0.0034			
2449521.579053	0.0141	-0.0090			
2449521.579574	0.2358	-0.1967			
2449521.580153	1.1192	-1.9181			
----->					
Mean O-C(alpha)	0.2807"	Mean O-C(delta)	-0.3743"		5
Sigma O-C(alpha)	0.5118"	Sigma O-C(delta)	0.8699"		
Sigma O-C(distance)		1.0036"			

Fig. 6 : Résultats O-C sur Callisto pour la même plaque scannée en 2006 et en 2007

Depuis deux ans maintenant, les astronomes Belges (ORB) travaillent à l'installation d'un nouveau scanner. Cette nouvelle machine est aujourd'hui prête à numériser et on estime que sa précision atteint le nanomètre. Une collaboration internationale a donc été mise en place entre l'OBSPM (Paris), l'USNO (Washington) et l'ORB (Bruxelles). Un travail, en partenariat avec ces trois établissements a été initié ; le scan et l'étude des plaques de Dan Pascu en est le projet scientifique principal. Cette étude représente un avantage certain pour chacun des observatoires collaborateurs : les plaques de Dan Pascu vont être une nouvelle fois étudiées mais plus précisément aujourd'hui grâce aux nouvelles technologies disponibles ; les plaques étant nombreuses et d'une très grande qualité, les résultats des analyses et leur interprétation est très importante pour l'IMCCE, dans l'objectif d'améliorer les positions astrométriques des corps observés ; ce projet scientifique est un atout majeur pour l'ORB, dans le sens où les résultats issus des nouveaux scans seront comparés à ceux issus des scans de la MAMA afin d'étalonner la nouvelle machine.

## **Conclusion**

Le travail de re-réduction entrepris devrait fournir des données particulièrement intéressantes du fait de leur précision et de leur ancienneté : cela revient à effectuer des observations d'aujourd'hui dans le passé, ce qui est fondamental dans l'étude dynamique d'un système aussi complexe que celui des satellites Galiléens de Jupiter. Le démarrage de la machine DAMIAN de Bruxelles va nous permettre d'avancer très vite vers l'obtention de ces données précieuses.

## **Références**

- [1] G. H. Kaplan : Mean and apparent place computations, *Astronomical Journal*, 1989.
- [2] E. Bertin : Software for source extraction, *Astronomy and Astrophysics Supplement*, 1996.
- [3] Ciddor : Refractive index of air, *Applied Optics LP*, 1996.

# Formes normales d'équations différentielles et fonctionnelles

G. Morin, J. Cresson

## Introduction

Les équations différentielles ordinaires, mais aussi les équations fonctionnelles et différentielles à retard interviennent dans la modélisation de nombreux phénomènes physiques et biologiques. L'impossibilité de déterminer des solutions explicites conduit à étudier le comportement qualitatif des solutions.

L'étude de la dynamique passe tout d'abord par la recherche d'objets invariants : les points fixes (solutions constantes) et les orbites périodiques. On peut ensuite envisager d'étudier le comportement de solutions au voisinage de ces objets invariants. De plus, on essaye alors de « simplifier » par un changement de coordonnées le système de départ. C'est la recherche d'une forme normale du système, au voisinage d'un point d'équilibre ; cette forme simplifiée dépendra du changement de coordonnées envisagé, et est donc locale.

## 1 Équations différentielles ordinaires

On considère une équation différentielle

$$\dot{x} = f(x), \quad f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n, \quad x : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}^n, \quad f(0) = 0$$

La recherche d'une forme normale consiste à chercher un changement de variable  $x = y + \dots$  de manière à la rendre plus simple. Le changement de variable se fera au voisinage de 0 (point d'équilibre) ; il n'est pas *a priori* linéaire, mais préserve la partie linéaire. La forme normale sera déterminée par la partie linéaire de  $f$ .

### 1.1 Cadre algébrique

On écrit

$$\dot{x} = Ax + F(x), \quad \text{où } A = Df(0)$$

et  $F(x) = F_2(x) + F_3(x) + \dots + F_{s-1}(x) + O(|x|^s)$  par la formule de Taylor, où  $F_j$  est un polynôme homogène en  $x$  de degré  $j$ .

Ainsi, notant  $H_k$  l'espace vectoriel des polynômes homogènes de degré  $k$  à coefficients dans  $\mathbb{R}^n$ , on a  $F_2 \in H_2$  ; on cherche le changement de variable sous la forme d'une série entière, en posant

$$x = y + h_2(y)$$

avec  $h_2$  dans  $H_2$ .

Le système de départ devient :

$$\dot{y} = Ay + Ah_2y - Dh_2(y)Ay + F_2(y) + \text{termes d'ordre plus élevé.}$$

Idéalement on souhaite éliminer les termes d'ordre 2, soit résoudre l'équation d'inconnue  $h_2 \in H_2$  :

$$F_2(y) = Dh_2(y)Ay - Ah_2(y).$$

On note

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_A^{(2)} : H_2 &\rightarrow H_2 \\ h &\mapsto Ah(y) - Dh(y)Ay \end{aligned}$$

On cherche alors à résoudre l'équation linéaire  $\mathcal{L}_A^{(2)}(h_2) = F_2$ . C'est possible quand  $F_2 \in \text{Im } \mathcal{L}_A^{(2)}$  ou quand  $\mathcal{L}_A^{(2)}$  est inversible. Pour résoudre cette équation on décompose  $H_2$  en somme directe :

$$H_2 = \mathcal{L}_A^{(2)}(h_2) \oplus G_2$$

où  $G_2$  est un supplémentaire de  $\mathcal{L}_A^{(2)}(h_2)$  dans  $H_2$  ; étant donné qu'il y a une infinité de tels supplémentaires, le choix sur  $G_2$  peut être bon ou mauvais... et la forme normale finale en résultera. Si on ne peut résoudre complètement cette équation, on peut en revanche obtenir  $h_2$  dans  $H_2$  tel que

$$\mathcal{L}_A^{(2)}(h_2) - F_2 = F_2' \in G_2$$

où  $F_2'$  est appelé « terme résonnant ». On a alors le résultat suivant :

**Théorème 1** (Forme normale à l'ordre  $s - 1$ ). *On peut transformer l'équation  $\dot{x} = f(x)$  par des changements de variables analytiques successifs en :*

$$\dot{y} = Ay + F_2^r(y) + F_3^r(y) + \dots + F_{s-1}^r(y) + O(|y|^s)$$

où  $F_k^r \in G_k$ ,  $2 \leq k \leq s - 1$  est un supplémentaire de  $\mathcal{L}_A^{(k)}$  dans  $H_k$ .

Nous retiendrons donc qu'une forme normale n'est, en général, pas unique, et que certains choix peuvent conduire à de meilleures formes que d'autres ; on peut consulter par exemple [3].

### 1.2 Le cas hamiltonien : la forme normale Birkhoff

Dans ce cas très particulier, la forme normale est unique. L'étude de la dynamique de systèmes hamiltoniens à l'aide de formes normales au voisinage de points fixes ou de trajectoires périodiques est un des sujets de prédilection de l'équipe ASD.

### 1.3 Les travaux de Jean Écalle

Jusqu'à présent nous n'avons pas vérifié que le changement de variables était analytique, ou du moins conservait la régularité du champ de vecteurs associé à  $f$ . Une définition équivalente à la précédente, mais qui considère non plus l'équation différentielle mais le champ de vecteurs associé, est la suivante : on écrit le champ sous la forme

$$X = X_{\text{lin}} + \sum_{n \in \mathfrak{A}} B_n$$

où les  $B_n$  sont des opérateurs différentiels,  $\mathfrak{A}$  un ensemble qui convient pour indexer et décrire tous les opérateurs nécessaires (la graduation).

**Définition 1.** On dit alors que le champ  $X$  peut être mis sous forme normale s'il est conjugué à un champ  $X_{\text{lin}} + X_N$  où le crochet  $[X_{\text{lin}}, X_N]$  est nul.

L'idée de J. Écalle est de chercher le changement de variable  $x = h(y)$  sous la forme d'une application, le morphisme de substitution (en notant  $\mathbb{C}[[x]]$  les séries formelles en  $x$ ) :

$$\begin{aligned} \Theta : \mathbb{C}[[x]] &\rightarrow \mathbb{C}[[x]] \\ \varphi &\mapsto \varphi \circ h \end{aligned}$$

On a alors une solution possible, donnée par la série

$$\Theta = \sum_{n \in \mathfrak{A}^*} \Theta^n B_n$$

où  $\Theta^n \in \mathbb{C}$  ne dépend que de  $X_{\text{lin}}$  et  $B_n = B_{n_1} \circ \dots \circ B_{n_r}$  si  $n = (n^1, \dots, n^r)$  est un mot de longueur  $r$ ,  $\mathfrak{A}^*$  étant l'ensemble des mots formés avec les lettres  $n \in \mathfrak{A}$ .

Les avantages sont nombreux : les coefficients  $\Theta^n$  (appelés « moules ») sont *universels* car ils ne dépendent que du spectre de  $X_{\text{lin}}$  et de la graduation (les lettres  $n \in \mathfrak{A}$ ). Deux champs ayant même partie linéaire et même lettres ont le même moule  $\Theta^\bullet$  de normalisation. De plus, ces coefficients sont calculables facilement et directement pour la linéarisation en l'absence de résonances ; calculables de manière algorithmique (et implémentable) pour la normalisation en présence de résonances. Enfin, la convergence de l'application  $\Theta$  est également prouvée et permet d'obtenir des changements de variables pas seulement formels, mais analytiques. Une référence parmi les nombreux écrits d'Écalle est [2]. On peut également consulter [1].

Cette dernière approche est donc très puissante et son champ d'application est extrêmement large. Nous souhaiterions l'utiliser dans des problèmes d'équations différentielles à retard que nous présentons maintenant.

## 2 Équations différentielles à retard

Les équations différentielles à retard interviennent dans de nombreux domaines de la biologie (croissance de populations) et de la médecine (modélisations de maladies sanguines) ainsi que physique (propagation et radiations, électronique...), et les calculs de marées.

## 2.1 Présentation

On a le choix entre plusieurs approches ; la plus fréquente consiste à dire que si l'on considère une équation du type  $\dot{x} = F(x(t), x(t-1))$  par exemple, on a besoin, pour définir une solution pour  $t \geq 0$ , de connaître  $x$  sur  $[-1, 0]$  ; c'est donc une infinité de conditions initiales ponctuelles qui sont nécessaires, en d'autres termes, une fonction définie sur  $[-1, 0]$ .

On note donc usuellement

$$\dot{x} = F(x_t) \quad (2.1)$$

une équation différentielle à retard ;  $C$  est l'espace des fonctions continues sur  $[-1, 0]$  à valeurs dans  $\mathbb{R}^n$ ,  $F : C \rightarrow \mathbb{R}^n$  est continue,  $x$  la fonction inconnue ; pour  $t \geq 0$  on définit l'état à l'instant  $t$  de la fonction inconnue comme  $x_t \in C$ , définie par  $x_t(\theta) = x(\theta+t)$  pour  $\theta \in [-1, 0]$ . Remarquons au passage que cette écriture permet en fait de définir une classe beaucoup plus large d'équations que celles à retard (prendre  $F(\varphi) = \varphi(0)$  donne une équation différentielle classique...).

On peut, sous de bonnes conditions, voir [4], prouver des résultats d'existence et d'unicité de solutions pour l'équation (2.1). On peut ainsi définir un flot  $T(t) : C \rightarrow C$ , défini par : pour  $\varphi \in C$ ,  $T(t)\varphi$  est la solution de (2.1) de condition initiale  $\varphi$ , dans son état à l'instant  $t$  (c'est-à-dire translatée de  $t$ ).

## 2.2 Quelques éléments dynamiques

On peut en fait réécrire l'équation (2.1) comme une équation différentielle ordinaire abstraite, dans un espace fonctionnel, en l'occurrence l'espace  $C$ . L'étude de la dynamique est plus compliquée qu'une équation différentielle classique, dû au fait que l'espace des phases est de dimension infinie. Cependant, on a quelques résultats qui permettent une bonne compréhension de la dynamique locale dans certains cas. Ils proviennent essentiellement de la théorie spectrale d'opérateurs d'espace de Banach. Voir par exemple [5].

Dans le cas où  $F : C \rightarrow \mathbb{R}^n$  est linéaire,  $T(t)$  est un semi-groupe, et possède un générateur infinitésimal  $A$  dont le spectre est discret, bien que généralement infini. Pour une valeur propre  $\lambda$  de  $A$  donnée, l'espace propre généralisé associé  $\mathcal{M}_\lambda$  est de dimension finie  $d_\lambda$ . De plus, sur  $\mathcal{M}_\lambda$  l'équation  $\dot{x} = F(x_t)$  se réécrit :

$$\dot{z} = Bz$$

où  $B$  est une matrice carrée d'ordre  $d_\lambda$  qui a pour unique valeur propre  $\lambda$ . Ainsi, sur les espaces propres généralisés, l'équation (2.1) se comporte comme une équation différentielle ordinaire linéaire du premier ordre à coefficients constants sur un espace de dimension finie. Il reste à trouver un « bon » espace propre, et un « bon » supplémentaire...

## Conclusion

La recherche de forme normale est un outil essentiel dans l'étude d'un système dynamique, comme on en trouve de nombreux en mécanique céleste. C'est un outil relativement bien documenté pour des équations différentielles ordinaires, même si la recherche dans ce domaine a donné lieu à l'apparition de théories extrêmement novatrices comme celle de Jean Écalle.

Nous cherchons à appliquer ces travaux aux équations différentielles à retard, qui interviennent dans la modélisation de nombreux phénomènes physiques.

## Références

- [1] Jacky Cresson. Calcul moulien. Prépublication de l'IHÉS, 2006.
- [2] Jean Écalle. Singularités non abordables par la géométrie. *Ann. Inst. Fourier*, 42(1-2) :73–164, 1992.
- [3] Giuseppe Gaeta. Poincaré renormalized forms. *Ann. Inst. H. Poincaré Phys. Théor.*, 70(6) :461–514, 1999.
- [4] Jack K. Hale and S. M. Verduyn Lunel. *Introduction to functional differential equations*, volume v. 99 of *Applied mathematical sciences*. Springer-Verlag, New York, 1993.
- [5] Sjoerd M. Verduyn Lunel. Spectral theory for delay equations. In *Systems, approximation, singular integral operators, and related topics (Bordeaux, 2000)*, volume 129 of *Oper. Theory Adv. Appl.*, pages 465–507. Birkhäuser, Basel, 2001.



# Interaction solide-solide dans le problème des 2 corps

Gwenaël Boué & Jacques Laskar

## Introduction

L'étude dynamique des systèmes binaires composés de 2 corps rigides est un problème complexe. En effet, de tels systèmes possèdent 9 degrés de liberté : 3 pour la position relative des deux corps et 6 pour leur orientation ( $2 \times 3$  angles d'Euler). Ce nombre est trop grand pour permettre une étude analytique exacte et trop petit pour pouvoir traiter le problème de manière statistique. De plus, l'écriture du potentiel d'interaction et des équations du mouvement est toujours le sujet d'articles récents [1] and [5]. En fait, malgré la complexité apparente du problème, nous montrons ici qu'en utilisant la même approche que dans [2], nous pouvons réduire le problème à une approximation intégrable réaliste. Le présent travail se base fortement sur [2] auquel le lecteur pourra se référer pour des détails supplémentaires.

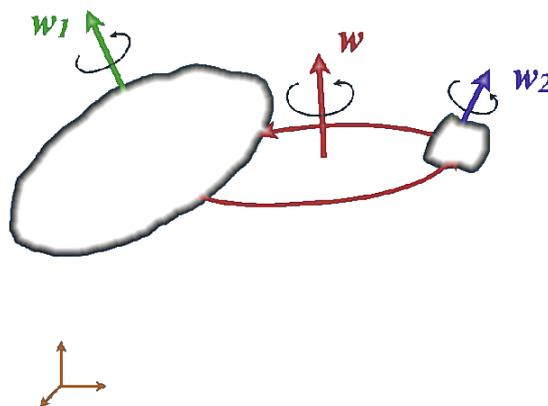
## 1. Modélisation

### 1.1 Description du système

Le système étudié est composé de deux corps supposés rigides et triaxiaux, orbitant autour de leur barycentre. Le qualificatif rigide signifie que les effets dissipatifs comme les forces de marée ne sont pas pris en compte. Un champs typique d'application est l'étude de la dynamique des astéroïdes binaires (voir p.ex [4]) et dans la suite nous parlerons indifféremment de corps ou d'astéroïdes. Souvent les deux composantes des systèmes binaires sont de masses différentes ce qui permet de définir l'astéroïde primaire comme étant le plus massif et le secondaire (ou satellite) celui qui orbite autour. Nous utiliserons la même convention bien que tous les résultats qui suivent restent valables dans le cas où les corps ont la même masse. Toutes les rotations sont supposées asynchrones.

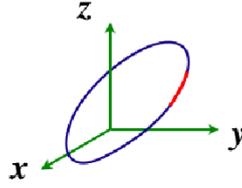
### 1.2 Choix des variables

La complexité du problème est due aux mouvements de rotation rapide des astéroïdes sur eux-mêmes et autour du barycentre du système. Une façon de simplifier l'étude est de ne considérer que l'évolution séculaire du système, c'est-à-dire les mouvements moyens des moments cinétiques de l'orbite, du primaire et du secondaire portés respectivement par  $(\mathbf{w}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2)$ , cf Fig. 1. Dans ces conditions, le problème se ramène à l'étude des 3 vecteurs unitaires  $(\mathbf{w}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2)$ , ou de façon équivalente, de 3 points à la surface d'une sphère.



**FIG. 1:** Définition des variables séculaires.  $(\mathbf{w}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2)$  sont respectivement les vecteurs unitaires dirigés suivant les moments cinétiques de l'orbite, du primaire et du secondaire.

Dans un premier temps, pour s'affranchir de l'orientation absolue des 3 vecteurs, nous étudierons les distances relatives de ces vecteurs données par leur produit scalaire deux à deux  $x = \mathbf{w} \cdot \mathbf{w}_1$ ,  $y = \mathbf{w} \cdot \mathbf{w}_2$  et  $z = \mathbf{w}_1 \cdot \mathbf{w}_2$ .



**FIG. 2:** Solution du problème relatif exprimé dans les variables  $(x, y, z)$ . La courbe est l'intersection de la quartique ( $\mathcal{H} = Cte$ ) avec le plan ( $K = Cte$ ).

## 2. Résultats

### 2.1 Solution relative

Le hamiltonien séculaire qui régit l'évolution des 3 produits scalaires  $(x, y, z)$ , obtenu en moyennant le hamiltonien complet par rapport aux angles rapides, s'écrit

$$\mathcal{H} = -\frac{a}{2}x^2 - \frac{b}{2}y^2 - \frac{c}{2}z^2 + dxyz - \frac{e}{4}x^4 - \frac{f}{4}y^4 - \frac{g}{2}x^2y^2$$

où les coefficients  $a, \dots, g$  sont tous positifs et s'expriment en fonction des paramètres physiques (masse, forme, ...) des astéroïdes et des paramètres orbitaux (demi-grand axe, excentricité). Cette écriture est le résultat du développement à l'ordre 4 en taille des astéroïdes  $R$  divisée par leur distance relative  $r$ . La conservation de l'énergie correspond à  $\mathcal{H} = Cte$  ce qui est la définition d'une quartique. Les paramètres  $a, \dots, g$  sont tels que la quartique ressemble à un ellipsoïde allongé dans la direction  $z$ .

En plus de la conservation de l'énergie, le problème possède une deuxième intégrale première qui est la conservation du moment cinétique total. Cette contrainte s'écrit

$$K = \gamma\alpha x + \beta\gamma y + \alpha\beta z$$

où  $(\gamma, \beta, \alpha)$  sont respectivement les normes des moments cinétiques de l'orbite, du primaire et du satellite. Il s'agit de l'équation d'un plan, on en déduit que le système évolue sur l'intersection  $\mathcal{C}$  de la quartique ( $\mathcal{H} = Cte$ ) avec le plan ( $K = Cte$ ), cf Fig. 2. Par ailleurs, l'inégalité triangulaire implique que  $(x, y, z)$  ne peuvent pas prendre toutes les valeurs comprises entre -1 et 1 indépendamment et l'évolution est restreinte à un segment de  $\mathcal{C}$  représenté en rouge sur la figure Fig. 2. On montre de plus que  $(x, y, z)$  ont un mouvement périodique de va et vient le long de cet arc. Ce résultat montre que le système est intégrable.

### 2.2 Solution générale

Dans le paragraphe précédent nous avons obtenu l'évolution des distances relatives entre les vecteurs  $(\mathbf{w}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2)$ . Nous allons maintenant étudier les propriétés de l'évolution de ces vecteurs.  $(x, y, z)$  sont périodiques, notons  $T$  cette période. Les équations du mouvement engendrées par le hamiltonien séculaire  $\mathcal{H}$  peuvent s'écrire sous la forme

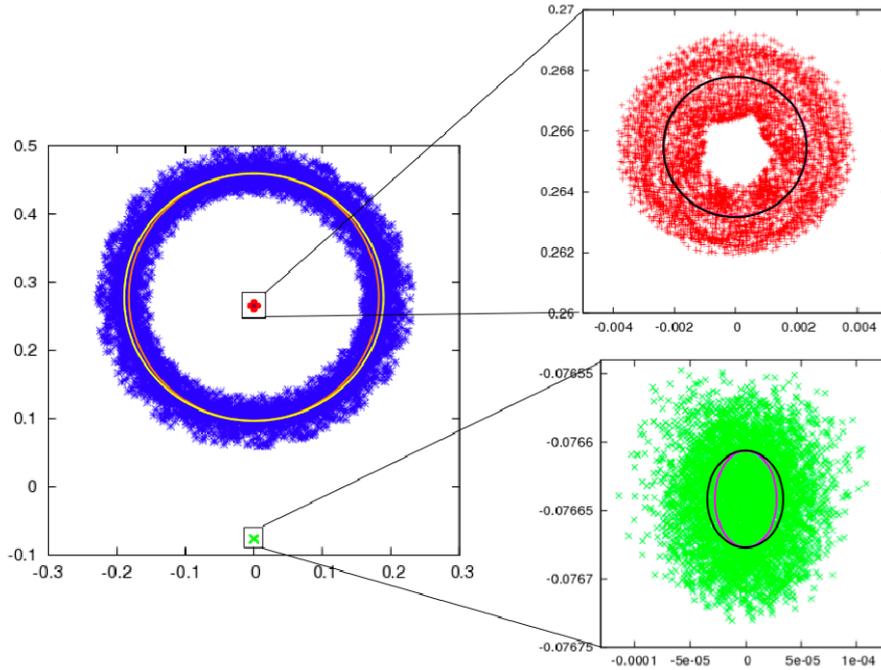
$$\dot{\mathcal{W}} = \mathcal{W} \mathcal{B}(t)$$

où  $\mathcal{W}$  est la matrice des vecteurs colonne  $(\mathbf{w}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2)$  et  $\mathcal{B}(t)$  une matrice à coefficients périodiques de période  $T$ . La solution générale de cette équation s'écrit

$$\mathcal{W}(t) = \mathcal{R}(t) \tilde{\mathcal{W}}(t)$$

où  $\mathcal{R}(t)$  est une matrice de rotation autour du moment cinétique total du système et correspond à la précession globale des 3 vecteurs.  $\tilde{\mathcal{W}}$  est  $T$ -périodique et correspond à nutation des 3 vecteurs. Le système séculaire ne possède que 2 fréquences qui correspondent aux mouvements de précession et de nutation.

De plus la moyenne du déterminant de  $\mathcal{W}$ , c'est-à-dire la moyenne du volume engendré par les 3 vecteurs  $(\mathbf{w}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2)$  est nulle. Cela suggère que les mouvements de nutations sont tous symétriques par rapport à un plan contenant le moment cinétique total. Ce résultat qui se démontre à partir de l'étude plus approfondie des solutions ne sera pas détaillé ici.



**FIG. 3:** Solution des intégrations numériques projetée sur le plan perpendiculaire au moment cinétique total dans le repère tournant où la précession globale est supprimée. Les points correspondent à l'intégration du système complet, en rouge le moment cinétique orbital, en vert celui du primaire dont une composante rapide a été retirée et en bleu celui du secondaire. Les ellipses superposées sont les résultats des intégrations séculaires et d'approximations analytiques.

### 2.3 Comparaison avec les simulations numériques

Afin de valider l'étude analytique, nous allons comparer les résultats d'une intégration numérique du hamiltonien complet à ceux du hamiltonien séculaire et de formules analytiques approchées. Les paramètres utilisés pour l'intégration sont ceux du système binaire 1999 KW4 étudié par Fahnestock & Scheeres en 2008 [3]. Cependant, le satellite est en rotation synchrone et pour se placer dans le cadre de ce travail, la vitesse de rotation du satellite sur lui-même a été artificiellement augmentée afin d'éviter la résonance.

La figure Fig. 3 montre les résultats obtenus. Il s'agit de la projection des vecteurs  $(\mathbf{w}, \mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2)$  sur le plan perpendiculaire au moment cinétique total dans un repère tournant où on s'affranchit de la précession globale  $\mathcal{R}(t)$ . Les points correspondent à l'intégration complète : en rouge le moment cinétique orbital, en vert le moment cinétique du primaire et en bleu celui du secondaire. On retrouve bien des mouvements périodiques symétriques par rapport au plan  $x = 0$  correspondant aux nutations. Ces solutions sont bruitées par les courtes périodes. Parmi les hautes fréquences, une composante du mouvement de  $\mathbf{w}_1$  a été retirée de la figure pour plus de clarté. Elle correspond à une amplitude de  $3 \cdot 10^{-4}$  radians ce qui est négligeable devant l'amplitude de précession mais environ 10 fois supérieur à l'amplitude du mouvement séculaire. Les ellipses superposées sont les résultats de l'intégration séculaire et des formules analytiques. Pour le moment cinétique orbital en rouge, les deux ellipses sont confondues dans l'épaisseur du trait. On remarque que l'intégration séculaire et les formules analytiques redonnent bien les comportements moyens de l'intégration complète.

## Conclusion

Cette étude montre que l'évolution séculaire d'un système composé de 2 corps rigides en interaction est un problème intégrable dont il est possible d'extraire des approximations analytiques.

Ce travail a deux intérêts majeurs. D'une part, d'un point de vue théorique il permet d'avoir une base solide pour des études plus complètes avec une prise en compte des effets de marée, du Soleil... D'autre part, d'un point de vue observationnel, il permet à partir de la mesure de la précession d'obtenir des contraintes sur les grandeurs physiques mesurées (masse, forme, ...).

## Références

- [1] J. Ashenberg. Mutual gravitational potential and torque of solid bodies via inertia integrals. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 99 :149–159, October 2007.
- [2] G. Boué and J. Laskar. Precession of a planet with a satellite. *Icarus*, 185 :312–330, December 2006.
- [3] E. G. Fahnestock and D. J. Scheeres. Simulation and analysis of the dynamics of binary near-Earth Asteroid (66391) 1999 KW4. *Icarus*, 194 :410–435, April 2008.
- [4] D. J. Scheeres. The Dynamics of NEO Binary Asteroids. In G. B. Valsecchi and D. Vokrouhlický, editors, *IAU Symposium*, volume 236 of *IAU Symposium*, pages 177–190, 2007.
- [5] P. Tricarico. Figure–figure interaction between bodies having arbitrary shapes and mass distributions : a power series expansion approach. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 100 :319–330, April 2008.

# Comparaison d'indicateurs rapides de chaos de Lyapunov

J. Frouard, M. Fouchard, A. Vienne

## Introduction

La dynamique et la stabilité des satellites irréguliers des planètes géantes, et en particulier ceux de Jupiter est un sujet de plus en plus étudié des dernières années, tant analytiquement que numériquement. Cet intérêt s'explique en partie par la découverte croissante de satellites grâce aux progrès des techniques d'observations, mais aussi au fait que ces satellites posent de nombreuses questions quant à leurs origines ou leurs stabilité dynamique. Je présenterais ce problème tout d'abord, pour ensuite présenter le travail effectué sur les indicateurs rapides de chaos effectué durant ma première année de thèse.

## 1. Les satellites irréguliers de Jupiter

### 1.1 Caractéristiques et répartition

Les satellites irréguliers des planètes géantes doivent leurs appellations « d'irréguliers » à leurs orbites éloignées de leurs planète, fortement excentriques et très inclinées. Dans le cas de Jupiter, ces petits objets, d'un diamètre inférieur à 170 km, sont clairement séparés en deux groupes prograde et rétrograde.

A cette distance de la planète, les éléments orbitaux des satellites ayant de grandes variations d'amplitude, il est plus pratique de les représenter avec leurs éléments propres, ou tout au moins moyennés sur une grande période de temps (Fig. 1). Comme dans le cas des astéroïdes de la ceinture principale, plusieurs familles de satellites (*Himalia*, *Carme*, *Pasiphae* et *Ananke*) peuvent ainsi être observés.

Le demi-grand axe de ces objets varie entre 0.05 et 0.16 UA (ce qui correspond à une distance de 0.14 à 0.45 du rayon de Hill de Jupiter), l'excentricité se situe entre 0.11 et 0.42 et l'inclinaison varie entre 27° et 44° pour les satellites progrades et 144° et 164° pour les rétrogrades.

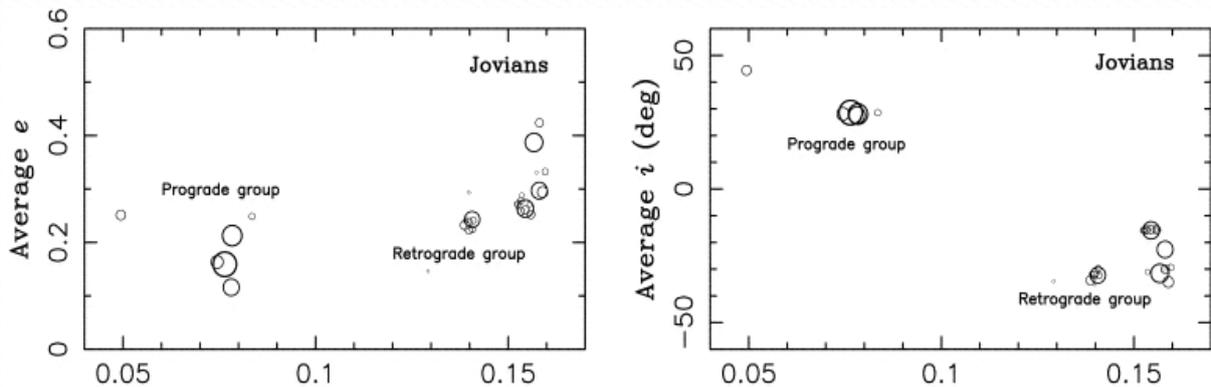


Fig. 1 : Répartitions des excentricités et inclinaisons moyennes en fonction du demi-grand axe moyen [1]

### 1.2 Origine

Il est aujourd'hui couramment admis que les satellites irréguliers ont été capturés par leurs planètes. Cependant, les mécanismes de capture ainsi que les échelles de temps sont encore mal connus. Il est possible de déterminer les régions héliocentriques « sources », menant aux orbites jovicentriques des satellites observés actuellement (Fig. 2).

Ces orbites sont représentées par les deux courbes, les points correspondants aux astéroïdes connus et les cercles aux comètes à courtes périodes.

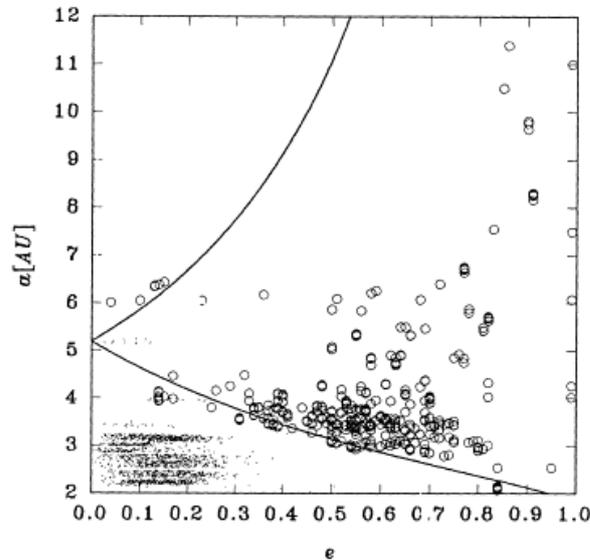


Fig. 2 : Orbites héliocentriques menants aux orbites jovienriques observées [2]

Un phénomène dissipatif est néanmoins requis pour rendre ces orbites nouvellement capturées en orbites permanentes. Plusieurs de ces phénomènes ont été étudiés; on peut citer par exemple le frottement aérodynamique due au gaz entourant les protoplanètes géantes, la variation de masse que celles-ci peuvent subir, ou les collisions entre objets nouvellement capturés.

Deux scénarios se sont distingués ces dernières années :

Dans le premier, les protoplanètes auraient capturés les satellites à partir du disque résiduel de planétésimaux autour de celles-ci, et les collisions entre satellites se seraient chargés de modifier leurs orbites et de créer les familles actuellement observés [1].

La deuxième hypothèse voit les satellites irréguliers comme des produits naturels du modèle de migration des planètes aujourd'hui appelé *modèle de Nice*. Ce modèle suggère une période d'instabilité autour des planètes géantes, permettant à la fois la disparition de satellites déjà présents, et la capture de nouveaux satellites [3].

## 2. Dynamique locale et stabilité

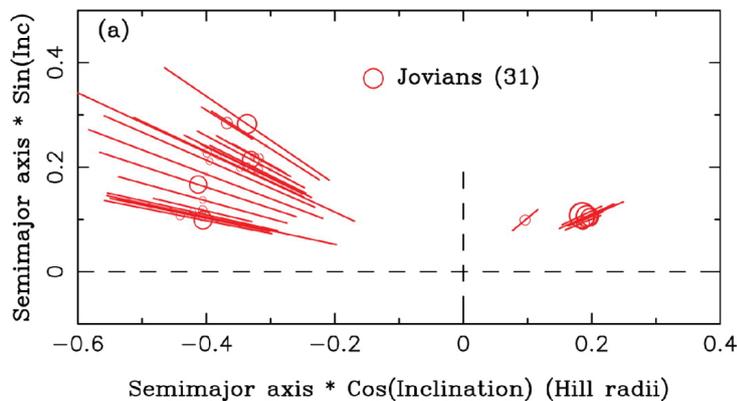


Fig. 3 : Répartition des satellites irréguliers joviens [1]

La figure 3 montre une répartition non uniforme des satellites irréguliers. Plusieurs des « vides » observés peuvent être expliqués par des effets dynamiques :

La résonance Kozai a pour effet de rendre instable la région où l'inclinaison est comprise entre  $39.2^\circ$  et  $140.8^\circ$  en augmentant leurs excentricités jusqu'à les faire quitter la sphère de Hill de Jupiter, ou entrer en collision avec les satellites galiléens. Certains satellites peuvent néanmoins y survivre si leur périhélie oscille autour de  $90^\circ$  [4].

La résonance d'évection (commensurabilité entre la fréquence du périhélie du satellite et le moyen mouvement du Soleil) rend certaines valeurs extrêmes du demi-grand axe instables pour les satellites par le même mécanisme. Les satellites rétrogrades y sont moins sensibles.

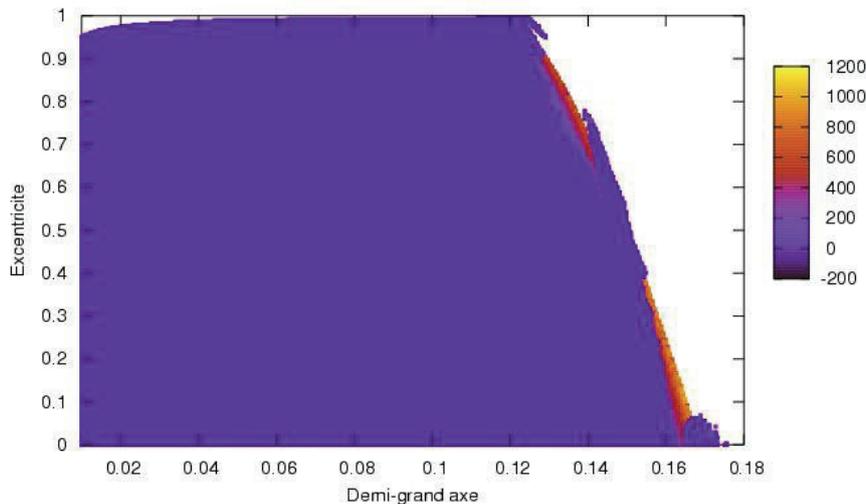
Des études numériques ont également montrés que dans le cas de Jupiter, les collisions entre satellites ayant eu lieu dans le passé ont pu vider la région entre les groupes progrades et rétrogrades, les montrant aujourd'hui bien distincts.

Il est donc intéressant d'étudier au maximum la dynamique locale dans la zone des satellites irréguliers afin de cerner au mieux leurs évolutions dans ce système. Le but est ainsi de déterminer, une fois ces effets dynamiques compris, les effets provenant de la capture en elle-même.

Pour essayer de comprendre la dynamique locale autour de Jupiter et déterminer les zones stables et instables et leurs causes, on utilise une méthode Monte-Carlo avec un indicateur de chaos. Avant d'étudier le système complet, on commence par le système (non trivial) le plus simple possible : le problème de trois corps restreint circulaire plan.

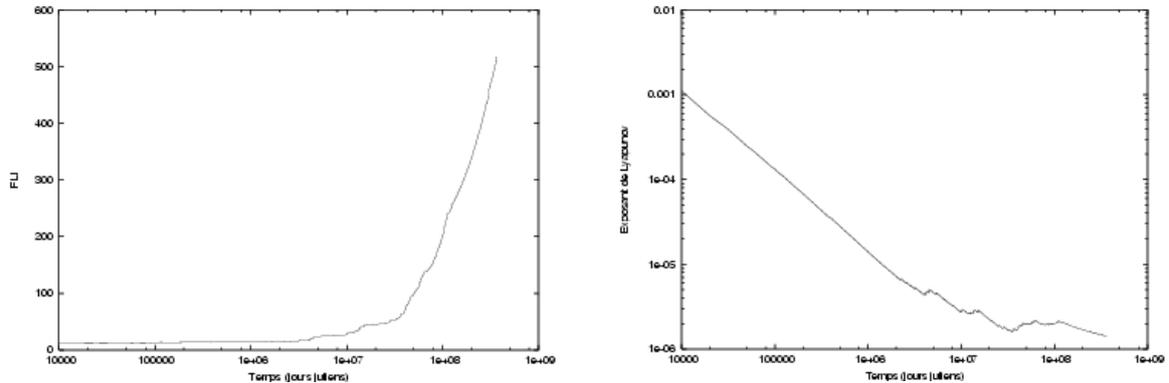
Dans ce système, après avoir fixé le demi-grand axe de Jupiter à sa valeur réelle, il reste 4 paramètres initiaux libres qui sont ceux du satellite: le demi-grand axe  $a$ , l'excentricité  $e$ , l'anomalie vraie  $f$  et la longitude du périhélie  $w$ .

La figure 4 représente cette étude, pour des angles initiaux  $f = w = 0$ . Les zones stables apparaissent en bleu, les zones chaotiques en rouge et jaune, et les zones blanches correspondent aux orbites de satellites étant entrés en collision avec la planète, ou ayant dépassés le rayon de Hill de la planète avec une énergie orbitale positive.



**Fig. 4 :** Valeur du Megno en fonction des excentricités et demi-grand axes (en UA) initiaux après 10000 ans d'intégration, ( $f(0)=w(0)=0$ )

Une intégration plus complète comprenant un grand nombre de perturbations (planètes géantes, satellites galiléens et J2 et J4 de Jupiter) a pu montrer que certains de ces satellites présentent un faible chaos (figure 5).



**Fig. 5 :** FLI et Exposant Maximal de Lyapunov de S2003 J4 pour 1 million d'années

### 3. Comparaison d'indicateurs rapides de chaos de Lyapunov

Dans le but de produire des cartes de stabilité et d'examiner précisément la dynamique des satellites irréguliers, une étude des différentes possibilités et caractéristiques de différents indicateurs de chaos rapides est en cours.

#### 3.1 L'exposant maximal de Lyapunov (MLE) et les indicateurs rapides

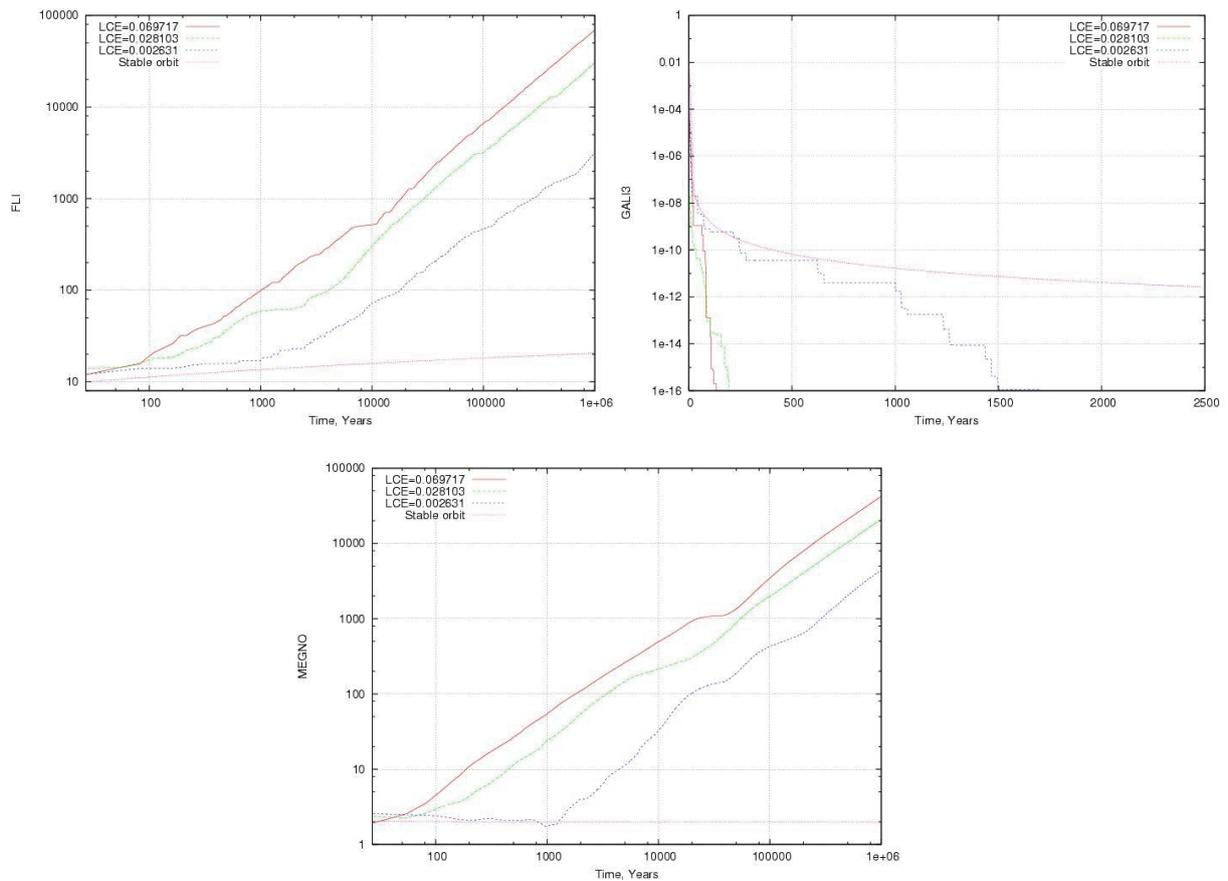
On sait que deux orbites chaotiques divergent exponentiellement avec le temps, donc en utilisant un vecteur tangent au mouvement, on a l'évolution :  $\|\dot{w}(t)\| = \alpha \exp[\lambda t]$  avec  $\dot{w}(t)$  calculé grâce aux équations variationnelles :

$$\frac{d\dot{w}}{dt} = \frac{\partial \dot{F}(X)}{\partial X} \dot{w}$$

On définit alors l'exposant maximal de Lyapunov comme :  $\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{t} \right) \ln \frac{\|\dot{w}(t)\|}{\|\dot{w}(0)\|}$

Bien que  $\lambda$  soit une valeur finie, on peut voir qu'en pratique, cet exposant est une limite théorique, et qu'on ne peut suivre que la valeur  $\sigma(t)$  avec  $\lambda = \lim_{t \rightarrow \infty} \sigma(t)$

Plusieurs indicateurs basés sur le MLE ont été développés dans le but d'évaluer plus rapidement la chaotité d'une orbite. Dans cette étude nous nous intéresserons au FLI, au MEGNO et au GALI. Les graphiques de la figure 6 illustrent le comportement de ces indicateurs pour une orbite stable et trois orbites chaotiques.

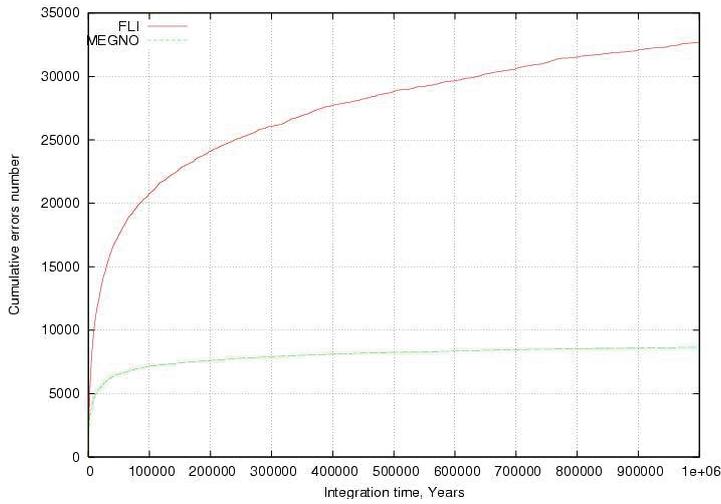


**Fig. 6 :** Evolutions du FLI, du GALI3 et du MEGNO pour 4 orbites

Pour évaluer les performances de ces indicateurs, on étudie plusieurs critères comme la précision et le contraste obtenue entre différentes orbites chaotiques, le temps CPU nécessaire pour atteindre cette précision ou la caractérisation des orbites stables (résonantes ou quasi-périodiques). On peut également comparer la performance de la méthode à pouvoir déterminer une valeur approchée du MLE en un temps fini.

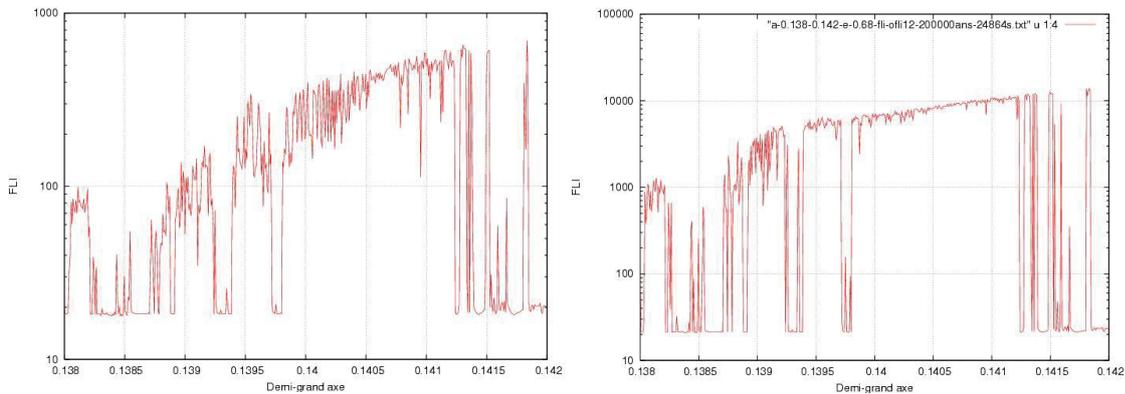
### 3.2 Différents tests

Test 1 : les évolutions des différents indicateurs présentés en Figure 6 n'étant pas parfaitement linéaires, il arrive que sur un grand nombre d'orbites chaotiques considérées, les courbes de celles-ci se croisent fréquemment, menant à un ordre de chaoticté différent entre elles sur le temps d'intégration considéré. On peut donc compter le nombre de croisements entre ces courbes depuis le début de l'intégration, et déterminer la vitesse à laquelle ces courbes se détachent les unes des autres. La figure 7 montre cette évolution pour une centaine d'orbites chaotiques. Ici le MEGNO apparaît « converger » vers un ordre de chaoticté final bien plus rapidement que le FLI.



**Fig. 7 :** Nombre de croisement cumulé en fonction du temps d'intégration pour le FLI et le MEGNO

Test 2 : les différents indicateurs considérés permettant tous de distinguer les résonances, on peut étudier le nombre de résonances détectés par chaque méthode en fonction du temps et également le nombre d'artefacts que ces méthodes induisent (Figure 8).



**Fig. 8 :** Valeur du FLI pour un demi-grand axe variant de 0.138 à 0.142 UA ( $e(0)=0.68$ ,  $f(0)=w(0)=0$ ). Temps d'intégration ; figure de gauche : 10000ans, figure de droite : 200000ans

### 3.3 Perspectives

Il s'agit de continuer l'étude des différents indicateurs en utilisant davantage de tests afin de déterminer la méthode offrant le meilleur compromis (pour ce problème donné) entre précision, contraste et temps CPU, puis effectuer une étude de stabilité de la zone des satellites irréguliers et d'étudier en particulier ;

- le rôle et l'influence des planètes géantes et des satellites galiléens
- les recouvrements de résonances et les zones de diffusion chaotiques
- les contraintes pouvant être posées sur l'origine des satellites

Une étude des liens dynamiques pouvant exister entre d'autres populations de petits corps du système solaire comme les astéroïdes Troyens ou les comètes à courte période sera aussi entrepris.

### Références

- [1] D. Nesvorny, J.L.A. Alavarelos, L. Dones, H.F. Levison : Orbital and collisional evolution of the irregular satellites, *Astrophysical Journal*, 2003a, 126, 398.
- [2] A. Brunini : On the Satellite Capture Problem Capture and stability regions for planetary satellites, *Celestial Mechanics And Dynamical Astronomy*, 1996, 64, 79.
- [3] D. Nesvorny, D. Vokrouhlicky, A. Morbidelli : Capture of irregular satellites during planetary encounters, , 1996, *Astrophysical Journal*,2007, 133,1962.
- [4] V. Carruba, J.A. Burns, P.D. Nicholson, B.J. Gladman : On the inclination distribution of the jovian irregular satellites, *Icarus*, 2002, 158, 434.



# Dynamique hamiltonienne fractionnaire

P. Inizan

## Introduction

En mécanique céleste, le mouvement des objets (astres, planètes, astéroïdes,...) peut être décrit de manière efficace à l'aide d'équations dites *hamiltoniennes*. Plus généralement, le formalisme *lagrangien*, dont découle le formalisme hamiltonien, fournit les équations régissant l'évolution de très nombreux systèmes physiques, dans des domaines très variés tels que la mécanique classique, l'électromagnétisme, la relativité générale ou encore la théorie quantique des champs. Un cas particulier très étudié depuis une quarantaine d'années, autant en physique qu'en mathématiques, est celui des systèmes chaotiques. Si, dans certains cas, des résultats mathématiques puissants existent, il subsiste de nombreux autres systèmes où ces résultats ne s'appliquent plus. Dans [9], Zaslavsky étudie ces systèmes complexes et introduit la notion de *dynamique fractionnaire*. Le calcul fractionnaire est un domaine des mathématiques qui, depuis une cinquantaine d'années, trouve de nombreuses applications physiques. Toutefois, le lien entre chaos et dynamique fractionnaire reste encore à préciser. Ce qui suit est une contribution à cette tâche.

Pour les systèmes hamiltoniens, les temps de récurrence constituent un outil efficace pour comprendre la dynamique globale. Dans certains systèmes peuvent apparaître des pièges dynamiques, qui influencent l'allure de ces temps caractéristiques. Lorsque l'on s'intéresse à la dynamique sur des temps longs, cette distribution des temps de récurrence peut conduire à l'émergence d'une dynamique fractionnaire. Le plongement fractionnaire, développé par Cresson [1], permet alors d'obtenir les équations de la dynamique, à partir du principe de moindre action. Cependant, celles-ci ne respectant ni l'homogénéité, ni la causalité des équations, cette procédure doit être raffinée pour que ces deux principes soient finalement respectés.

## 1. Dynamique hamiltonienne

Nous considérons ici un système physique repérable par des coordonnées  $x$ . Notre objectif ici est de connaître son évolution au cours du temps  $t$ . Nous souhaitons donc savoir comment  $x(t)$  varie. Ce sont les équations de la dynamique du système, qui relient  $x$  et ses variations, qui permettent de déterminer  $x(t)$ .

Les variations de  $x(t)$  sont prises en compte par un opérateur d'évolution temporelle  $\mathcal{D}$  qui agit sur  $x(t)$ . On obtient alors la vitesse  $v(t) = \mathcal{D}x(t)$ . Dans la majorité des cas,  $\mathcal{D}$  est exactement la dérivée usuelle  $\frac{d}{dt}$ .

Ce cadre fixé, la question est maintenant de savoir comment obtenir les équations du système.

### 1.1 Principe de moindre action

Un des principes fondamentaux de la physique a été formulé par Maupertuis dès 1746 : "*Lors qu'il arrive quelque changement dans la Nature, la Quantité d'Action, nécessaire pour ce changement, est la plus petite qu'il soit possible*" [4]. Pour un système donné que l'on observe sur un intervalle de temps  $[t_1, t_2]$ , on postule ainsi l'existence d'une quantité  $L(x, v, t)$ , appelée *lagrangien*, que l'on va chercher à minimiser globalement sur cet intervalle. Plus précisément, on cherche le minimum de l'action  $\int_{t_1}^{t_2} L dt$ . Lorsque  $\mathcal{D} = \frac{d}{dt}$ , celui-ci fournit l'équation suivante :

$$\partial_1 L \left( x(t), \frac{d}{dt} x(t), t \right) - \frac{d}{dt} \partial_2 L \left( x(t), \frac{d}{dt} x(t), t \right) = 0, \quad (1)$$

où  $\partial_i$  est la dérivée partielle par rapport à la  $i$ -ème variable. Cette équation est appelée *équation d'Euler-Lagrange*.

Dans certains domaines comme la mécanique céleste, on préfère, lorsque cela est possible, écrire ces équations sous une autre forme. On parlera alors de *système hamiltonien*. On introduit tout d'abord le moment associé à  $x$ , noté  $p$  et défini par  $p = \partial_2 L$ . Cette variable va remplacer la vitesse  $v$ . Au lagrangien  $L$ , on substitue la quantité  $H = vp - L$ , appelée *hamiltonien*. L'équation (1) devient alors :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} x(t) &= \partial_2 H(x(t), p(t)), \\ \frac{d}{dt} p(t) &= -\partial_1 H(x(t), p(t)). \end{aligned} \quad (2)$$

Ces équations sont appelées *équations canoniques* associées au système hamiltonien.

Maintenant que ces équations de la dynamique ont été obtenues, elles vont être utilisées pour étudier le comportement de notre système.

## 1.2 Temps de récurrence

On pourrait penser qu'il suffit de résoudre les équations précédentes pour obtenir la solution  $x(t)$ . Malheureusement, il est presque toujours impossible de procéder ainsi. Une autre approche, envisagée par Poincaré, consiste à considérer l'ensemble de toutes les trajectoires possibles, pour en dégager des propriétés globales, notamment sur la stabilité du système.

Pour ce faire, on regarde les trajectoires dans un espace abstrait (appelé *espace des phases*), dont les points sont repérés par  $x$  et  $p$ . Dans un tel espace, les trajectoires "s'enroulent" autour d'elles-mêmes. On se contente alors de regarder leurs intersections avec un plan, appelé *section de Poincaré* (voir figure 1).

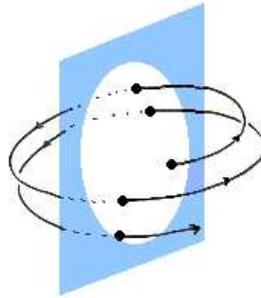


FIG. 1: Section de Poincaré

Le temps qui sépare deux passages successifs dans ce plan est dénommé *temps de récurrence* et sera noté  $T_{rec}$ . Par exemple, pour une trajectoire périodique de période  $T$ , on aura  $T_{rec} = T$ .

Certains systèmes hamiltoniens présentent de très fortes instabilités, et on les qualifie de complètement chaotiques. Leurs trajectoires peuvent être très irrégulières et les temps de récurrence fortement variables. Plus précisément, si l'on regarde l'ensemble de ces temps, leurs durées sont distribuées suivant une loi exponentielle. La probabilité d'avoir  $T_{rec} = T$  est du type  $p(T_{rec} = T) \approx \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda T}$ . Quant à la section de Poincaré, elle ressemble à une nuée de points.

Toutefois, pour de nombreux systèmes hamiltoniens, on a coexistence entre zones de stabilité et zones d'instabilité. On parlera alors de systèmes partiellement chaotiques.

## 1.3 Dynamique partiellement chaotique

Dans de tels systèmes, les zones de stabilité apparaissent dans les sections de Poincaré sous forme d'"îles" hors desquelles la dynamique est très instable. Les frontières de ces zones sont complexes et jouent le rôle de pièges dynamiques : les trajectoires passant par ces frontières y restent bloquées pendant longtemps. Si l'on regarde l'ensemble des temps de récurrence, on peut s'attendre à ce que les grandes valeurs soient plus présentes. Numériquement, il a été effectivement observé (voir [2], [9, chap. 11, 12]) que la distribution suivait une loi polynomiale, qui décroît moins vite que la précédente :  $p(T_{rec} = T) \approx \frac{1}{T^{1+\alpha}}$ , avec  $\alpha > 0$ .

Faisons maintenant la remarque suivante : si l'on regarde un système sur un temps très court, on n'aura pas assez d'information pour savoir s'il se comporte de manière régulière ou non. Un temps important d'observation est ainsi nécessaire pour déterminer la stabilité de ce système. Nous allons donc maintenant nous intéresser à la dynamique hamiltonienne sur des temps longs.

## 2. Plongement fractionnaire

### 2.1 Dynamique fractionnaire

Lorsque le temps d'observation est grand, il devient possible de le voir comme une succession de nombreux temps de récurrences. Une vision probabiliste devient alors possible : les durées de ces temps caractéristiques

peuvent être considérées comme aléatoires, et distribuées suivant les lois  $p$  vues précédemment. On obtient alors une nouvelle variable d'évolution temporelle aléatoire  $s$ , appelée *temps interne* dans [8]. La loi  $f(t_1, t_2)$  associée représente la probabilité que  $s = t_1$  lorsque  $t = t_2$ .

Les coordonnées  $x$  et  $v$  doivent maintenant être modifiées pour prendre en compte la variable  $s$ . On obtient de nouvelles coordonnées,  $\tilde{x}$  et  $\tilde{v}$  (définies par  $\tilde{x}(t) = \mathbb{E}(x(t))$  et  $\tilde{v}(t) = \mathbb{E}(v(t))$ , où  $\mathbb{E}$  est l'espérance mathématique suivant  $f(\cdot, t)$ ). Ces deux quantités sont toujours reliées par un opérateur d'évolution  $\mathcal{D}$  :  $\tilde{v}(t) = \mathcal{D}\tilde{x}(t)$ .

Si la dynamique est complètement chaotique ou si elle l'est partiellement avec  $\alpha \geq 1$ , alors  $\tilde{v}(t) = \frac{d}{dt}\tilde{x}(t)$ . L'opérateur d'évolution temporelle est inchangé :  $\mathcal{D} = \frac{d}{dt}$ . Les équations de la dynamique restent les mêmes.

Si, par contre, le système est partiellement chaotique avec  $0 < \alpha < 1$ , alors  $\mathcal{D} = \frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$ , où l'opérateur  $\frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$  est appelé *dérivée fractionnaire* d'ordre  $\alpha$ . Une définition possible de cet opérateur est :

$$\frac{d^\alpha}{dt^\alpha}f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_{t_1}^t (t-u)^{-\alpha} f(u) du. \quad (3)$$

On remarque que cette dérivée fait intervenir le passé de la fonction ( $f(u)$ , avec  $u < t$ ). Pour plus de détails, on pourra consulter [7, 6]. Précisons simplement que ce type d'opérateur est utilisé dans d'autres domaines de la physique tels la mécanique des milieux continus, l'acoustique ou encore la chimie. Il permet notamment de modéliser des phénomènes de diffusion anormale (voir [5]).

La question est maintenant de savoir comment évolue notre système repéré par ces nouvelles coordonnées, et dont la dynamique est régie par ce nouvel opérateur  $\frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$ . Plus précisément, que deviennent les équations de la dynamique ?

## 2.2 Plongement fractionnaire

La réponse semble résider une nouvelle fois dans le principe de moindre action. Le *plongement fractionnaire*, développé dans [1], fournit un cadre mathématique approprié pour étendre ce principe au domaine fractionnaire. Partant du même lagrangien  $L$ , l'équation d'Euler-Lagrange (1) devient maintenant :

$$\partial_1 L \left( \tilde{x}(t), \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \tilde{x}(t), t \right) - \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \partial_2 L \left( \tilde{x}(t), \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \tilde{x}(t), t \right) = 0, \quad (4)$$

où  $\frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$  est la dérivée fractionnaire d'ordre  $\alpha$  qui fait maintenant intervenir le futur de la fonction :

$$\frac{d^\alpha}{dt^\alpha}f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_t^{t_2} (u-t)^{-\alpha} f(u) du. \quad (5)$$

Dans le formalisme hamiltonien, les équations canoniques (2) deviennent :

$$\begin{aligned} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \tilde{x}(t) &= \partial_2 H(\tilde{x}(t), \tilde{p}(t)), \\ \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \tilde{p}(t) &= -\partial_1 H(\tilde{x}(t), \tilde{p}(t)). \end{aligned} \quad (6)$$

Nous obtenons ici une méthode systématique et univoque, qui, partant d'un lagrangien donné soumis à une dynamique fractionnaire, permet d'obtenir les équations de la dynamique associées. Deux points restent cependant problématiques.

Tout d'abord, alors que l'opérateur classique  $\frac{d}{dt}$  est homogène à  $T^{-1}$  (inverse d'un temps), les opérateurs (3) et (5) sont homogènes à  $T^{-\alpha}$ . Les équations (4) et (6) ne sont donc plus homogènes, ce qui n'est pas satisfaisant d'un point de vue physique. De plus, la présence simultanée du passé et du futur dans les équations viole un autre principe fondamental, celui de la causalité. Heureusement, il est possible de concilier le plongement fractionnaire avec ces deux principes.

## 2.3 Homogénéité et causalité

Pour résoudre le problème d'homogénéité, on est conduit à introduire une constante de temps  $\tau$ . Celle-ci permet de construire un opérateur fractionnaire, de même contenu dimensionnel que  $\frac{d}{dt}$  :  $\tau^{\alpha-1} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha}$ . Cette démarche reste

compatible avec la construction du temps interne et avec le plongement fractionnaire. Notons toutefois qu'une nouvelle difficulté apparaît : cette constante n'est a priori pas déterminée explicitement par le lagrangien initial. On obtient ainsi un paramètre libre qu'il faudrait fixer au regard d'autres considérations. La structure des pièges dynamiques et le lien entre les variables  $t$  et  $s$  pourraient constituer deux pistes possibles.

Afin de retrouver la causalité, précisons que le principe de moindre action s'appuie sur une méthode variationnelle : partant d'une trajectoire  $x(t)$ , on regarde les variations  $h(t)$  autour de celle-ci. On obtient alors le minimum de l'action. Les variables  $x$  et  $h$  n'ont pas le même statut :  $x$  représente une quantité réelle, *actuelle*, par opposition à  $h$ , qui reste virtuelle, *potentielle*. Ainsi, leurs dynamiques, et donc les opérateurs associés, sont a priori différents. Si l'on associe l'opérateur futur  $\frac{d_*^\alpha}{dt^\alpha}$  aux variations, l'équation d'Euler-Lagrange redevient alors causale. Précisons que cette discussion est occultée dans le cas classique, où le seul opérateur intervenant est  $\frac{d}{dt}$ . Pour autant, la présence du futur est inhérente au principe de moindre action, principe dont l'aspect finaliste a été sujet à controverses dès sa naissance [3].

En tenant compte de ces deux modifications, l'équation d'Euler-Lagrange (4) devient finalement :

$$\partial_1 L \left( \tilde{x}(t), \tau^{\alpha-1} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \tilde{x}(t), t \right) - \tau^{\alpha-1} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \partial_2 L \left( \tilde{x}(t), \tau^{\alpha-1} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \tilde{x}(t), t \right) = 0. \quad (7)$$

Les équations hamiltoniennes (6) deviennent quant à elles :

$$\begin{aligned} \tau^{\alpha-1} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \tilde{x}(t) &= \partial_2 H(\tilde{x}(t), \tilde{p}(t)), \\ \tau^{\alpha-1} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \tilde{p}(t) &= -\partial_1 H(\tilde{x}(t), \tilde{p}(t)). \end{aligned} \quad (8)$$

Le plongement fractionnaire semble maintenant optimal : sans perdre de son aspect systématique, il devient à présent satisfaisant physiquement.

## Conclusion

Pour un système lagrangien ou hamiltonien quelconque, régi par une dynamique fractionnaire, les équations de la dynamique associées peuvent être obtenues de manière univoque à l'aide du plongement fractionnaire. Celui-ci peut ainsi être utilisé dans les nombreux domaines où le calcul fractionnaire apparaît, à condition de pouvoir exhiber un lagrangien. Nous nous sommes intéressés ici aux systèmes faiblement chaotiques, pour lesquels plusieurs difficultés subsistent. Le lien entre pièges dynamiques et temps interne doit encore être approfondi, notamment pour mieux comprendre ce que la dynamique fractionnaire modélise exactement. La constante de temps  $\tau$  reste à fixer. Quant à l'exposant  $\alpha$ , des problèmes se posent sur les plages de valeur qu'il peut prendre. Ce sont à ces questions que nous allons maintenant nous atteler.

## Références

- [1] J. Cresson. Fractional embedding of differential operators and Lagrangian systems. *J. Math. Phys.*, 48(3) :033504, 2007.
- [2] Y.C. Lai, M. Ding, C. Grebogi, and R. Blümel. Algebraic decay and fluctuations of the decay exponent in hamiltonian systems. *Physical Review A*, 46(8) :4661, 1992.
- [3] F. Martin-Robine. *Histoire du principe de moindre action*. Vuibert, 2006.
- [4] P.L.M. de Maupertuis. Les lois du mouvement et du repos déduites d'un principe métaphysique. *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles Lettres*, pages 267–294, 1746.
- [5] R. Metzler and J. Klafter. The random walk's guide to anomalous diffusion : a fractional dynamics approach. *Physica Reports*, 339 :1–77, 2000.
- [6] K.B. Oldham and J. Spanier. *The Fractional Calculus*. Academic Press, New York and London, 1974.
- [7] S.G. Samko, Kilbas A.A., and O.I. Marichev. *Fractional integrals and derivatives : theory and applications*. Gordon and Breach, New York, 1993.
- [8] A.A. Stanislavsky. Hamiltonian formalism of fractional systems. *Eur. Phys. J. B*, 49 :93–101, 2006.
- [9] G.M. Zaslavsky. *Hamiltonian Chaos & Fractional Dynamics*. Oxford University Press, Oxford, 2005.

# Investigation de la dynamique des astéroïdes avec la mission Gaia : orbites, masses et physique fondamentale.

S. Mouret, D. Hestroffer, F. Mignard

## 1. Introduction

La mission astrométrique Gaia de l'agence spatiale européenne (ESA) arpentera la galaxie pour en donner une carte en trois dimensions à partir de mesures astrométriques de très hautes précisions complétées par des observations photométriques et spectroscopiques. Son lancement est prévu en 2011 pour une durée de 5 ans. Il observera plus d'un milliard d'objets jusqu'à la magnitude 20, dont plus de 300 000 astéroïdes avec une précision inégalée. Les capacités de détection de GAIA nous ont amenés à repenser des questions aussi classiques que la détermination des orbites et la détermination des masses des petits corps du système solaire, d'envisager des tests de physique de fondamentale et l'étude des forces gravitationnelles afin d'extraire des informations sur la physique des astéroïdes.

## 2. Les masses d'astéroïdes

### 1.1. Les masses avec Gaia

Une des contributions importantes de Gaia à partir de l'étude de la dynamique des astéroïdes sera la détermination d'un grand nombre de leur masse par analyse des perturbations orbitales au cours de rencontres proches entre des astéroïdes. Les répercussions dans la recherche astronomique seront significatives au vu des nombreux intérêts portés pour les masses. D'un point de vue dynamique, la connaissance de la masse des plus massifs permettra d'obtenir des orbites à long terme très précises des petits astéroïdes qu'ils perturberont. Elles rendront possible l'amélioration des éphémérides planétaires, sachant qu'actuellement leur précision est limitée par l'incertitude qui règne sur l'exactitude des masses des plus gros. De plus, à partir d'une estimation du volume de l'objet, la masse donnera accès à la densité volumique, élément clé pour connaître la structure interne des petits corps du Système Solaire, comprendre leur origine ainsi que leur processus de formation.

On a effectué une sélection des rencontres proches entre les 20 000 premiers astéroïdes répertoriés avec une masse supérieure à  $10^{-13}$  masse solaire (perturbateurs) et 350 000 astéroïdes répertoriés (astéroïdes cibles) entre les années 2010.5 et 2016. Les critères de sélection étaient une distance minimale inférieure à 0.5 UA et un angle de déviation plus grand que 1 mas. Les précisions attendues avec Gaia sur les masses (tableau 1) à partir de ces rencontres sont très encourageantes: 36 masses pourraient être estimées avec une précision relative inférieure à 10% et 149 à moins de 50%, sachant qu'avec Gaia, les erreurs systématiques ne figurant pas dans les déviations standard, seront beaucoup moins importantes que pour les déterminations à partir d'observations au sol.

**Table 1:** Nombre de masses en fonction des précisions relatives de leur détermination

Nombre de masses	
$\sigma(m)/m < 0,1\%$	2
$\sigma(m)/m < 1\%$	3
$\sigma(m)/m < 10\%$	36
$\sigma(m)/m < 15\%$	59
$\sigma(m)/m < 20\%$	75
$\sigma(m)/m < 30\%$	106
$\sigma(m)/m < 40\%$	135
$\sigma(m)/m < 50\%$	149
Total	602

## 1.2. Possible contribution des observations au sol

Nous avons étudié la possible contribution des observations au sol pour compléter celles de certains astéroïdes cibles impliqués dans des rencontres proches se produisant aux bords de la séquence temporelle d'observation par Gaia. Une vingtaine de masses supplémentaires pourront être estimées avec une précision inférieure à 50% à partir d'une centaine d'observations supplémentaires au sol avant et après la mission.

## 3. Tests de physique fondamentale

Ce réservoir immense d'astéroïdes que Gaia observera, nous a amenés à faire une analyse de variance-covariance, pour estimer les précisions que l'on pourrait obtenir sur un certain nombre de paramètres, intervenant dans l'expression de forces perturbant la trajectoire des astéroïdes. Ainsi, la détermination de l'aplatissement dynamique du soleil  $J_2$  et de certains paramètres relativistes (PPN) a été étudiée. De plus, la dynamique des astéroïdes nous a permis d'envisager d'autres tests: relativiste avec le test de violation du principe d'équivalence "fort" à travers l'estimation du paramètre de Nordtvedt  $\eta$ , et cosmologique avec la possible variation en temps de la constante de gravitation  $dG/dt$ . Dans le tableau 2, nous avons réuni la valeur de référence de ces paramètres utilisés dans nos simulations et la précision formelle attendue avec Gaia à partir de dates réalistes d'observations simulées pour un échantillon de 350 000 astéroïdes entre 2010.5 et 2016.

**Table 2:** Résultats pour l'ajustement du  $J_2$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\eta$  et  $dG/dt$ .

Paramètres	Valeur initiale	Précision Gaia
$J_2$	$2 \times 10^{-7}$	$1,86 \times 10^{-7}$
$\beta$	1	$1,89 \times 10^{-3}$
$\gamma$	1	$1,1 \times 10^{-3}$
$\eta$	0	$6,2 \times 10^{-4}$
$dG/dt [an^{-1}]$	0	$3,92 \times 10^{-12}$

## 4. Étude des forces non gravitationnelles

De plus, la précision du satellite Gaia sera si élevée que nous avons envisagé la possible détection de la force non gravitationnelle due à l'effet Yarkovsky. En menant une analyse sur 1366 NEOs avec des dates d'observations réalistes entre 2010.5 et 2016 pour ajuster certaines de leurs propriétés physiques (dont dépend l'effet), nous avons trouvé 14 astéroïdes pour lesquels on pourrait déterminer leur diamètre avec une précision inférieure à 50%.

## Conclusion

La mission Gaia marquera un nouveau bond dans l'histoire de l'astrométrie en termes de précision et du nombre d'objets observés. Ainsi, ces futures observations permettront de déterminer un nombre important de masses d'astéroïdes, de nombreux paramètres globaux (aplatissement dynamique du soleil, paramètres relativistes etc.) ayant une influence sur leur dynamique ainsi que certains paramètres physiques d'astéroïdes sensibles aux forces non gravitationnelles comme l'effet Yarkovsky.

## Références

[1] S. Moutet : Investigation on the dynamics of minor planets with the Gaia mission, *Thèse de l'Observatoire de Paris*, 2007.

# Phénomènes mutuels des astéroïdes binaires

P. Descamps, J. Berthier

## Introduction

On dénomme par *phénomènes mutuels* les éclipses et occultations se produisant entre les composantes d'un système binaire astéroïdal lorsque celui se trouve au voisinage de l'un de ses équinoxes. Depuis 1993, année de la découverte du premier satellite en orbite autour d'un astéroïde, un grand nombre de ces petits corps se sont dévoilés comme étant en réalité des systèmes binaires, c'est-à-dire possédant au moins un satellite en orbite. Par l'observation continue et patiente de ces nouveaux couples célestes à l'aide des plus grands télescopes au sol fonctionnant sous optique adaptative, une connaissance préliminaire des orbites des secondaires en a découlé, permettant la prédiction de ces phénomènes mutuels. Pour l'essentiel, seuls les systèmes binaires évoluant au sein de la ceinture principale, située entre Mars et Jupiter, se prêtent volontiers à l'observation de ces phénomènes. Pour les systèmes découverts au-delà de l'orbite de Neptune, leur éloignement à la Terre est tel que l'aspect apparent qu'ils présentent demeure sensiblement invariable dans le temps. En d'autres termes, leurs équinoxes sont atteints au bout d'un temps excessivement long comparé à une vie humaine. A ce jour, on connaît correctement l'orbite relative d'une dizaine d'astéroïdes binaires dont un seul troyen, (617) Patroclus. Nous présentons dans ce papier les résultats d'observations photométriques de phénomènes de quelques uns de ces systèmes, réalisées entre 2005 et 2007. Selon que les systèmes considérés sont synchrones ou non, les courbes de lumière associées à leurs phénomènes seront de nature radicalement différente, nécessitant un traitement et une interprétation spécifique.

## 1. Phénomènes des systèmes synchrones

### 1.1 Principe

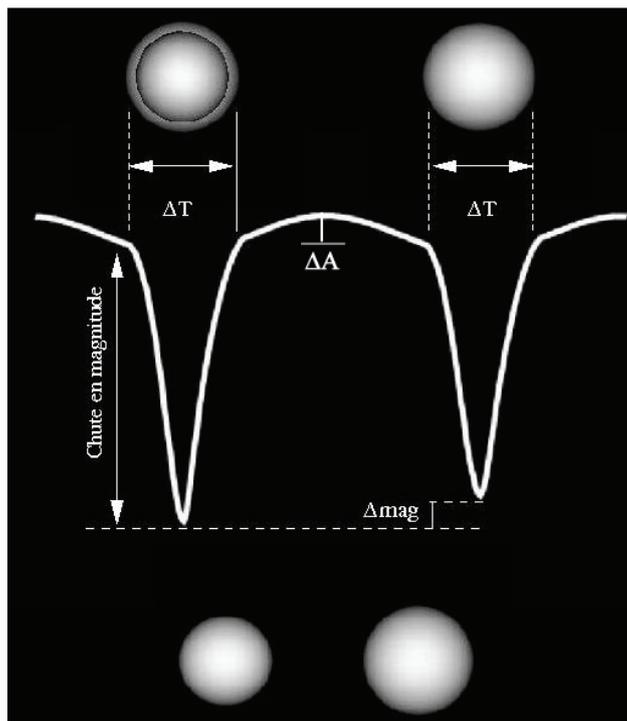
Un système binaire est dit *synchrone* ou doublement synchrone lorsque les périodes de rotation de chacune des composantes sont égales à leur période de révolution orbitale autour de leur centre de gravité commun. La figure 1 présente le schéma de principe de la courbe de lumière typique d'une occultation mutuelle entre les deux composantes sphéroïdales d'un système synchrone. La chute en magnitude occasionnée par l'occultation totale d'un corps sphérique de rayon  $R_s$  par un autre corps sphérique de rayon  $R_p > R_s$ , à phase nulle et aspect exactement équatorial, est égale à:

$$Dmag = 2.5 \text{Log} \left( 1 + \left( \frac{R_s}{R_p} \right)^2 \right) \quad (1)$$

Dans le cas où les deux composantes sont identiques en taille ( $R_s=R_p$ ), la chute en magnitude observée vaut  $2.5 \text{Log}(2) \sim 0.75$  magnitude. La réalité s'éloigne bien évidemment de ce cas de figure idéal qui sera alors modulé par les formes non sphériques des composantes ainsi que par l'effet de la phase et de l'aspect sous lequel le système se donne à voir à un observateur terrestre. L'effet d'une différence de taille se traduira immédiatement par une différence d'amplitude  $\Delta mag$  entre les minima, observés lors de l'occultation de l'un des deux corps par l'autre, ainsi que l'atteste la figure 1. Par ailleurs la connaissance du demi grand axe  $a$  de l'orbite – par l'observation visuelle directe – et de la période de rotation  $P$ , seule périodicité identifiée sur la courbe de lumière, permet d'estimer les dimensions des corps par la mesure de la durée  $\Delta T$  des phénomènes donnée par (dans le cas de corps sphériques) :

$$\Delta T = \frac{P}{\pi} \left[ \arcsin \left( \frac{R_s}{a} \right) + \arcsin \left( \frac{R_p}{a} \right) \right] \quad (2)$$

Parmi les astéroïdes de plus de 100km de taille pour lesquels la duplicité a été découverte depuis des observations au sol en optique adaptative, seulement deux d'entre-eux se sont révélés sous la forme d'un système totalement synchronisé, constitué en outre de composantes semblables en taille et en forme. Il s'agit des astéroïdes (90) Antiope et (617) Patroclus. Cette caractéristique d'équivalence de la taille des constituants, qui conduit également à désigner ces systèmes sous le nom d'astéroïdes jumeaux, semble être une propriété des systèmes synchrones. A ce jour aucun système synchrone présentant un rapport de taille entre ses deux composantes significativement différent de 1 n'a été observé. La théorie des effets de marées s'exerçant mutuellement entre les deux corps explique ce fait d'observation en montrant que les systèmes constitués de corps similaires en taille vont évoluer rapidement vers la synchronisation.

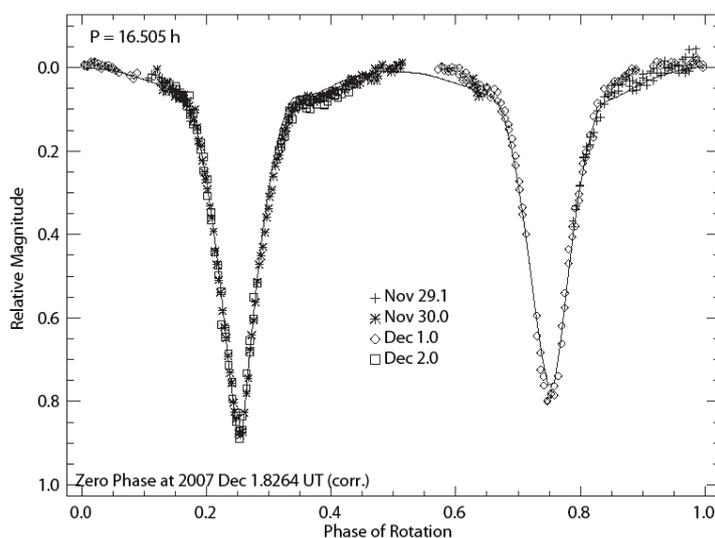


**Fig. 1 :** Courbe de lumière type d'un phénomène au sein d'un système binaire synchrone constitué de corps sphéroïdaux. Les paramètres caractéristiques de la courbe de lumière d'un système synchrone sont l'amplitude la chute en magnitude, le différentiel en magnitude entre les minima ( $\Delta_{mag}$ ), la durée des phénomènes ( $\Delta T$ ) et l'amplitude de la courbe de lumière hors phénomène ( $\Delta A$ ).

## 1.2 (90) Antiope

Depuis sa découverte en 2000, deux campagnes d'observation photométrique de ses phénomènes mutuels ont été organisées en 2005 et en 2007 par l'IMCCE. La campagne de 2005 a permis de dégager une solution physique complète et précise du système [1]. Le système a ainsi pu être représenté avec un haut degré d'exactitude sous la forme d'ellipsoïdes de Roche en équilibre hydrostatique [2,3] dont la densité volumique est de  $1.25 \pm 0.05 \text{ g cm}^{-3}$ . Ces ellipsoïdes constituent la solution mathématique au problème des formes d'équilibre de deux masses fluides homogènes soumises à leur attraction mutuelle et ayant leur rotation synchronisée avec leur période de révolution. Ce problème a été posé et résolu par Edouard Roche, professeur de mathématiques à la Faculté des sciences de Montpellier, en 1849. Pour un rapport de tailles, une période et une densité donnés, la solution de Roche fournit la forme des ellipsoïdes d'équilibre ainsi que leur séparation relativement à la taille de l'une ou l'autre des composantes. Aussi étonnant que cela puisse paraître, il est ainsi possible de déterminer une solution physique complète - formes, taille relative et densité des corps du système - capable de parfaitement restituer les courbes de lumière observées. La densité ainsi déterminée l'est indépendamment de la connaissance des dimensions linéaires du problème. L'incertitude sur sa valeur provient des incertitudes du modèle de Roche obtenues lors de l'ajustement de la courbe de lumière synthétique induite à la courbe de lumière réelle. Dans le

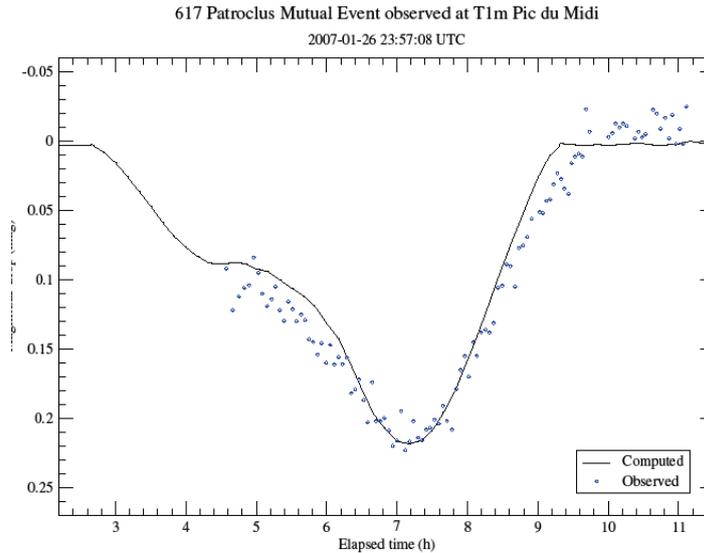
cas d'Antiope, la densité découlant du formalisme de Roche se confond avec celle mesurée à partir de la masse et du volume des corps en présence, prouvant ainsi la pertinence du modèle. La figure 2 présente la courbe de lumière composite obtenue en décembre 2007 avec le télescope de 120cm de l'observatoire de Haute-Provence. Les deux chutes en magnitudes profondes témoignent de l'occultation alternée d'une composante par l'autre. La différence d'amplitude entre ces deux chutes renvoie directement à une très légère différence de taille entre elles. La légère dissymétrie visible sur le maximum central est due à la présence d'un cratère d'impact géant à la surface de l'une des composantes.



**Fig. 2 :** Courbe de lumière composite de l'astéroïde double (90) Antiope faite sur le T120 de l'OHP en décembre 2007. Situé à 2.6 UA de la Terre, Antiope affectait alors une magnitude en V de 13.3. La précision photométrique est ici de l'ordre de 0.005 mag. La courbe en traits pleins résulte du modèle bâti sur la solution de Roche intégrant un cratère d'impact géant sur l'un des deux corps.

### 1.3 (617) Patroclus

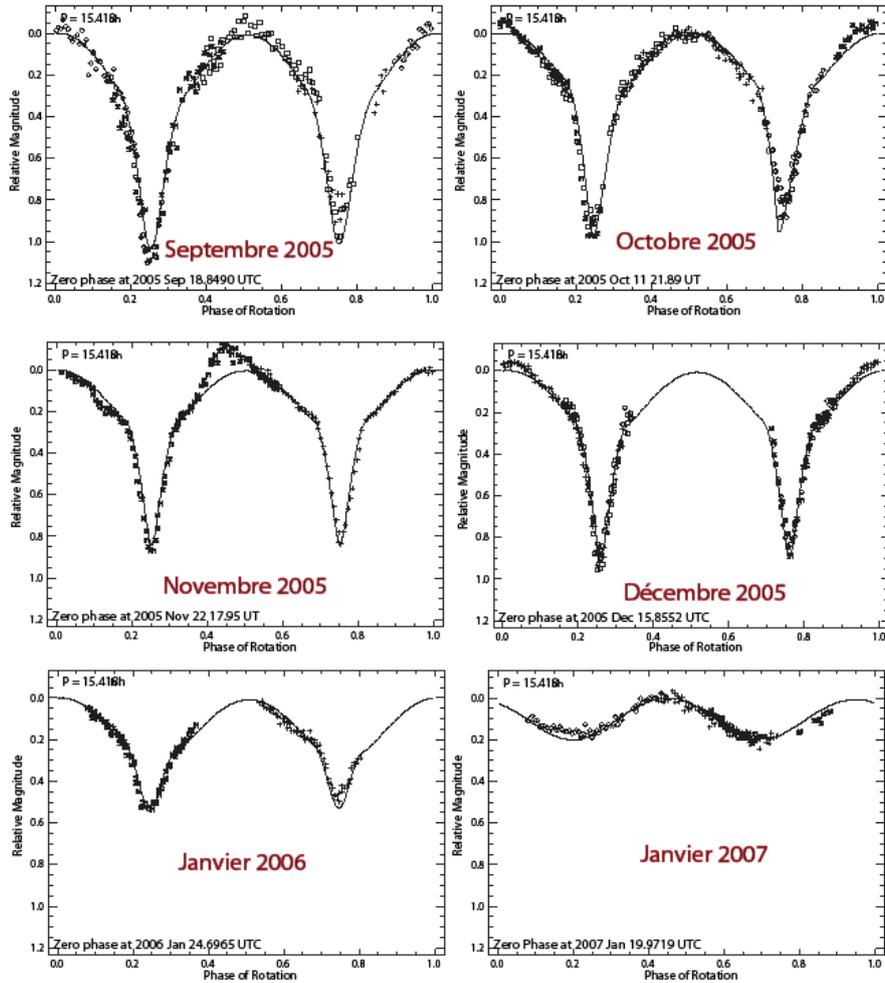
(617) Patroclus est le premier astéroïde troyen identifié en 2001 comme étant un double synchrone. Grâce aux observations astrométriques effectuées en 2004 sur le télescope Keck II de 10m [4], il a été possible d'obtenir une estimation provisoire de l'orbite du système autorisant les prédictions des saisons de phénomènes mutuels. Sur la base d'une évaluation radiométrique des tailles de chacune des composantes, une densité étonnamment faible de  $0.8 \pm 0.2 \text{ g cm}^{-3}$  avait pu être estimée, faisant de Patroclus une paire d'astéroïdes plus légers que l'eau. Entre janvier et juin 2007, le système se présentait sous un aspect équatorial de sorte que le plan orbital s'alignait avec la direction de la ligne de visée. Les deux composantes, Patroclus et Menoetius, se sont alors retrouvées en position de s'éclipser et de s'occulter mutuellement. La période orbitale étant de 4.283 jours, la courbe de lumière photométrique de ces phénomènes s'apparente à celles observées au sein des systèmes planétaires de Jupiter ou de Saturne mais pour une durée de phénomène beaucoup plus longue, de l'ordre de 3h. La figure 3 en est une illustration. L'approche descriptive de Roche a de nouveau permis de correctement interpréter la physique de ce système. Une nouvelle valeur de la densité, sensiblement équivalente à la précédente, a été évaluée à  $0.9 \pm 0.2 \text{ g cm}^{-3}$ . Cette valeur, provenant de la solution de Roche du problème considéré, conserve cependant le même niveau de précision que précédemment en raison de la mauvaise qualité photométrique des courbes de lumière du à l'éloignement de Patroclus – situé alors à 5.4 UA de la Terre – lui conférant une magnitude très faible de 16.3 dans le visible.



**Fig. 3 :** Phénomène mutuel dans le système de Patroclus. Le phénomène est très long, près de 6h. Le palier provient de la conjonction d’une éclipse suivie d’une occultation.

#### 1.4 Détection d’un système synchrone par l’observation de ses phénomènes: cas de (809) Lundia

Le profil photométrique type de la figure 1 peut également servir à diagnostiquer la duplicité possible d’un astéroïde. Ce fut le cas en septembre 2005 avec l’astéroïde (809) Lundia dont la courbe de lumière évoquait indubitablement celle des astéroïdes doubles synchrones déjà identifiés (figure 4). Le caractère synchrone découlait naturellement de la présence d’une seule périodicité dans la signature photométrique. La photométrie apparaît alors comme le moyen approprié de détecter des systèmes binaires parmi les corps de très petite taille. Les composantes sphéroïdales de Lundia atteignent à grand peine un diamètre de  $\sim 8$ km, séparées par 15km. Malgré sa proximité avec la Terre, à peine 1.1 UA, Lundia, de magnitude 14.4, demeure in-séparable au foyer des plus grands télescopes optiques au sol travaillant en haute résolution. Il n’est donc pas possible d’en isoler les composantes afin de remonter à l’orbite. A nouveau, les solutions de Roche ont été mises à contribution pour en déduire une valeur de la densité sur la base d’une période unique de 15.418h. On a déjà vu précédemment qu’il n’est alors pas nécessaire de connaître les tailles et la séparation mutuelle. Celles-ci pourront d’ailleurs être déduites à posteriori à partir de l’estimation photométrique du diamètre équivalent. D’autre part, ne connaissant pas les paramètres orbitaux, l’orientation du plan orbital demeure également inconnue or celle-ci est fondamentale pour connaître l’aspect du système à la date de l’observation. Pour cela, des observations prolongées jusqu’en janvier 2007 fournissent des courbes de lumière dont la forme et l’amplitude évoluent fortement du fait de changement de l’aspect que le système présente en direction de la Terre. La courbe de janvier 2007 a ainsi une amplitude d’à peine 0,2 magnitude car à cette époque les composantes s’occultent de manière tout à fait rasante et superficielle. A la limite, si le système était vu par dessus, la courbe de lumière serait approximativement invariable dans le temps. L’utilisation combinée de ces courbes alliée au formalisme de Roche a permis de solutionner complètement le système de (809) Lundia résultant en deux composantes très allongées se trouvant dans un rapport de taille de  $0.8 \pm 0.05$  avec une densité de  $1.65 \pm 0.10 \text{gcm}^{-3}$  [5].



**Fig. 4 :** (809) Lunda observé entre 2005 et 2007. Le changement d'aspect du système provoque des évolutions fortes dans les amplitudes des courbes de lumière. Il est alors possible de reconstituer le système – forme, position du pôle de rotation dans l'espace- sur la base de l'hypothèse d'un système de Roche en équilibre hydrostatique.

## 2. Phénomènes des systèmes asynchrones

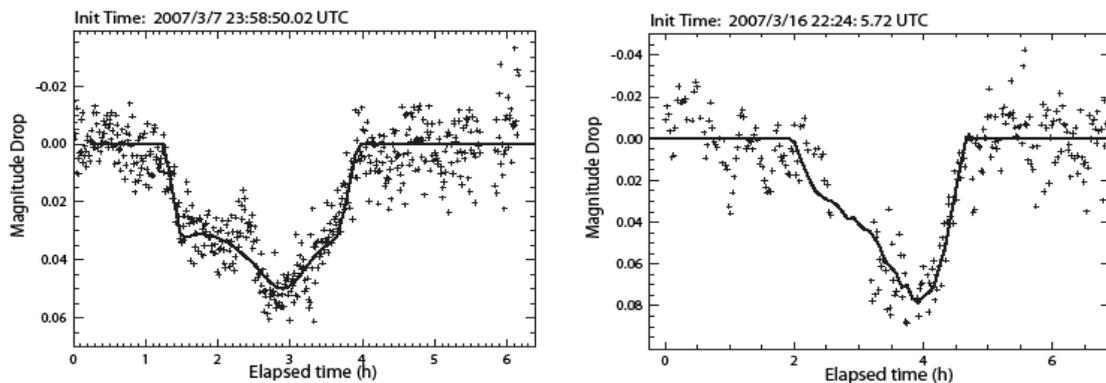
### 2.1. Principe

Un système binaire est dit *asynchrone* si au moins l'une des périodes de rotation des corps en présence est différente de la période de révolution orbitale. La plupart des astéroïdes binaires découverts dans la ceinture principale sont de ce type. Ils se caractérisent par un rapport de taille entre le secondaire et le primaire très faible, variant entre 0.04 et 0.2. Les périodes des primaires, nom donné au plus grand des deux corps, sont de quelques heures tandis que les périodes orbitales, beaucoup plus longues, sont de quelques jours. Dans le reste de cette section on ne se limitera qu'aux systèmes binaires asynchrones ayant des tailles suffisamment imposantes (~100km) pour que leur binarité puisse être observée visuellement avec des télescopes de 8-10m. Il existe également de nombreux systèmes de ce type au sein des astéroïdes géocroiseurs, dont la taille est inférieure à une dizaine de kilomètres. Du fait de ces différences de tailles et de période, les phénomènes d'éclipse ou d'occultation ne provoquent pas des chutes en magnitudes rivalisant avec celles des systèmes synchrones. On parle plutôt d'*atténuations* de l'ordre de quelques centièmes de magnitude qui vont se dérouler sur une durée de deux ou trois heures environ. Par ailleurs, les primaires de ces systèmes ont des formes allongées entraînant des

amplitudes photométriques de la courbe de lumière comprises entre 0,4 et 0,6 magnitudes lorsqu'ils sont en aspect équatorial, donc lors des époques de phénomènes. La détection de ces phénomènes n'est donc pas aisée. Elle exige une précision photométrique dans la mesure de flux meilleure que le centième de magnitude et une connaissance suffisamment précise des instants des phénomènes afin de pouvoir les identifier facilement. Deux systèmes binaires ont fait l'objet de campagnes d'observation de leurs phénomènes en 2007, il s'agit de (22) Kalliope et de (121) Hermione.

## 2.2. (22) Kalliope

Linus, satellite de l'astéroïde (22) Kalliope fut découvert en 2001. Prés de cinq années d'observation astrométrique à partir d'images réalisées en optique adaptative nous ont permis de construire une solution orbitale précise de Linus dans son mouvement de révolution autour de Kalliope. La maîtrise de son mouvement a conduit à l'observation réussie de la première occultation stellaire par un satellite d'astéroïde en novembre 2006 [6,7]. En mars 2007, le système fut également le siège d'éclipses mutuelles entre les deux corps. Malgré un rapport de taille de 1/5 entre Linus et Kalliope, laissant prévoir une atténuation de seulement 0.03 mag selon la relation simplifiée (1), deux phénomènes ont pu être détectés les 8 et 17 mars avec des atténuations de 0.05 et 0.08 mag. Ceci est dû à la forme non sphérique du primaire. La mise à jour de ces phénomènes telle qu'elle apparaît sur la figure 5 résulte de la superposition de la courbe contenant le phénomène avec une courbe obtenue peu de jours avant et ne présentant aucun phénomène. La différence entre les deux courbes de lumière permet d'isoler le signal propre au phénomène de celui produit par la rotation de Kalliope. Une courbe synthétique, issue d'un modèle global incluant une solution polyédrique pour la forme de Kalliope, est superposée sur la figure 5 aux courbes résiduelles obtenues. Cette technique permet de mesurer directement les tailles respectives de Kalliope et de Linus. Le diamètre équivalent de Kalliope provenant jusqu'alors des mesures radiométriques du satellite infrarouge IRAS en 1983 a été revu à la baisse de près de 8%, avec une valeur de 167km, provoquant de facto une révision à la hausse de sa densité, passant de  $2.2 \pm 0.2$  à  $3.35 \pm 0.33 \text{ gcm}^{-3}$  [6]. Ce réajustement de la densité macroscopique de Kalliope amène à réviser profondément nos conceptions sur la nature de cet astéroïde de type M (métallique), considéré jusqu'alors comme l'objet le plus poreux du système solaire avec une porosité de  $\sim 70\%$ . Le résultat précédent ramène sa porosité interne à des valeurs plus courantes, de l'ordre de  $\sim 30\%$ , caractéristiques des corps de type *rubble-pile*, dont l'intérieur n'est qu'un assemblage de blocs, solidement maintenus en contact par la seule gravité interne et laissant de larges espaces, vides de toute matière, pour une proportion – nommée porosité – de 30 à 50%.

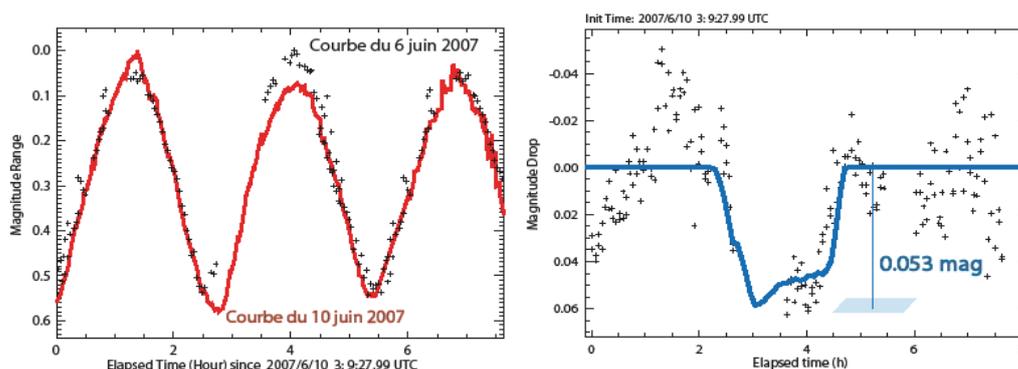


**Fig. 5** : Courbe de la variation d'éclat du système de (22) Kalliope hors effets de forme de celui-ci. Ces variations correspondent à des éclipses de Kalliope par son satellite, Linus, en mars 2007.

## 2.3. (121) Hermione

C'est en 2002 que fut trouvé un satellite en orbite autour de l'astéroïde (121) Hermione. A l'instar de Kalliope, des observations astrométriques assidues ont permis de caractériser périodiquement l'orbite de ce petit caillou (18 km de taille) autour d'Hermione (209 km). Avec un rapport de taille de seulement 0.09, il est en principe très difficile d'observer l'atténuation insignifiante de 0.009 magnitude résultant d'un phénomène mutuel entre les deux objets. Pourtant en juin 2007, alors que le système binaire d'Hermione passait par l'un de ses équinoxes, un phénomène durant près de deux heures et se traduisant par une diminution de l'éclat global, hors effet de

variation du à la rotation propre d'Hermione, de  $\sim 0.053$  magnitudes fut enregistré (figure 6). Cette amplitude inattendue dans la diminution de flux provient non seulement de l'effet de forme du primaire, déjà constaté dans le cas de Kalliope, mais également du fait, rare, qu'Hermione fut en fait simultanément occulté et éclipsé par son satellite. Ceci provient d'une configuration géométrique extrêmement favorable dans laquelle l'opposition avec la Terre se retrouva à proximité de l'équinoxe de l'astéroïde. Grâce à cette conjonction de phénomènes, le prélèvement de flux de lumière solaire rediffusé par la surface d'Hermione s'en trouve renforcé. A la date où est écrit cet article, l'ensemble des observations de la campagne n'ont pu encore être réduites. Toutefois, l'observation d'Hermione sous un aspect équatorial, jamais observé jusqu'alors, a également permis de valider la forme bilobée déjà proposée dans une étude précédente sur la base d'observations visuelles à haute résolution angulaire [8].



**Fig. 6 :** Occultation et éclipse combinées dans le système de (121) Hermione le 10 juin 2007. Observations effectuées avec le C14 (D=32cm) de l'observatoire des Makes (Ile de la Réunion).

#### 2.4. Prochaines opportunités

Dans la table 1 sont répertoriées les prochaines époques favorables à l'observation de phénomènes mutuels au sein des systèmes binaires majeurs asynchrones de la ceinture principale ainsi que les deux astéroïdes doubles synchrones (90) Antiope et (617) Patroclus pour lesquels une solution orbitale existe. La proximité de ces objets avec le Soleil – demi-grand axe compris entre 2 et 4 UA – ne permet pas de dégager une périodicité fixe issue des dates des équinoxes. La recherche de conditions favorables suppose que les dates des oppositions et des équinoxes ne soient pas éloignées de plus de 3 mois au maximum. Au-delà, l'objet n'est plus visible et ses phénomènes éventuels également. Dans la table 1 sont également indiqués la magnitude visuelle de l'objet pour l'époque considérée ainsi que le rapport de taille secondaire/primaire tel qu'il est actuellement supposé connu. La dernière colonne indique l'atténuation théorique attendue, calculée à partir de la formule simplifiée (1) sans prise en compte des caractéristiques de forme du primaire dont on a pu voir qu'elles aboutissaient toujours à amplifier l'effet d'un facteur environ égal à deux. Ainsi dans le cas de (45) Eugenia, les simulations numériques montrent que l'affaiblissement d'éclat devrait plutôt se monter à environ 0.02 magnitude. Du fait du mouvement orbital rapide de ces corps autour du Soleil – période de l'ordre de 4 à 6 ans – les saisons des phénomènes sont très courtes en général, à peine un à deux mois. D'autre part les phénomènes sont d'un seul type, éclipse ou occultation. Pour ceux des corps dont l'atténuation attendue est très faible, il est nécessaire d'avoir recours à une photométrie de haute précision ( $\sim 0.002$  mag) accessible sur des télescopes de la classe des 1m. Rappelons que les phénomènes de Kalliope et d'Hermione observés en 2007 l'ont été avec des télescopes à ouverture modeste dont le diamètre se situe entre 20 et 40cm. Dans le cas du troyen (617) Patroclus, il n'en va bien évidemment pas de même étant donné sa distance géocentrique de  $\sim 3.5$  UA. On peut souligner le fait que Patroclus aura perdu deux magnitudes comparativement à l'époque des phénomènes de 2007 en particulier du fait de la proximité exceptionnelle entre son opposition (23 septembre 2012) et son équinoxe (3 septembre 2012).

**Table 1 :** Liste des prochaines époques de phénomènes mutuels observables d'ici 2016 pour les astéroïdes binaires de la ceinture principale et le troyen (617) Patroclus. En gras, les atténuations qui devraient être aisément détectables avec des télescopes de taille moyenne.

Astéroïde	Saison des phénomènes	Magnitude visuelle	$R_s/R_p$	Atténuation théorique (Dmag)
45 Eugenia	Janvier-mars 2009	12.0	0.06	0.004
107 Camilla	Juillet-août 2010	12.5	0.04	0.002
809 Lundia	Mars-août 2011	15.1	0.80	<b>0.600</b>
87 Sylvia	Août-septembre 2011	11.8	0.06	0.004
22 Kalliope	Novembre 2011 – mars 2012	10.0	0.17	<b>0.030</b>
617 Patroclus	Juin 2012 – janvier 2013	14.6	~1	<b>0.750</b>
107 Camilla	Janvier-avril 2014	11.9	0.04	0.002
283 Emma	Août-nov. 2014	12.2	0.08	0.007
762 Pulcova	Décembre 2015 – janvier 2016	12.9	0.15	<b>0.024</b>
121 Hermione	Aucun phénomène	-	0.09	0.009
90 Antiope	Aucun phénomène	-	~1	0.75

## Conclusion

L'observation photométrique des phénomènes mutuels survenant au sein des systèmes astéroïdaux binaires est complémentaire des techniques de visualisation directe à haute résolution. La multiplicité des télescopes de taille moyenne supplée l'accessibilité rare et difficile aux télescopes de la classe des 10m. Le phénomène lui-même, à travers ses caractéristiques principales de durée et de morphologie, permet de résoudre spatialement, en termes de taille et de forme, ces petits corps dont les contours sont rarement entrevus par les grands moyens optiques au sol. Cependant l'optique adaptative demeure incontournable dans l'appréciation directe de l'orbite du système, condition indispensable à la prédiction des époques de phénomènes. La mise en oeuvre croisée de ces deux techniques permet donc de préciser les paramètres physiques fondamentaux du système, tailles, formes, densité et d'améliorer la connaissance de sa dynamique.

Dans le cas des objets si petits qu'ils échappent totalement au pouvoir de séparation des grands télescopes, le phénomène mutuel s'avère comme étant l'un des seuls moyens de détection de systèmes binaires serrés. Outre le cas des astéroïdes geocroiseurs non évoqués dans ce papier, il se trouve qu'un nombre non négligeable de petits systèmes, constitués de corps de quelques kilomètres de diamètres, sont en réalité des systèmes doubles synchrones facilement repérables par leur courbe de lumière typique lorsqu'ils sont vus sous un aspect équatorial [9]. Par ailleurs, la théorie des formes d'équilibre de Roche permet de bien rendre compte du profil observé des courbes de lumière et donc d'en déduire la valeur de la densité hors de toute hypothèse sur les dimensions des objets ou sur la taille réelle de l'orbite.

## Références

- [1] P. Descamps, F. Marchis, T. Michalowski, F. Vachier, F. Colas, J. Berthier, M. Assafin, P.B. Dunckel, M. Polinska, W. Pych, D. Hestroffer, K.P. Miller, R. Vieira-Martins, J.-P. Teng, A. Peyrot, B. Payet, J. Dorseuil, Y. Léonie, T. Dijoux : Figure of the double Asteroid 90 Antiope from adaptive optics and lightcurve observations. *Icarus*, 187, 482-499,2007.
- [2] P. Descamps : Les figures de Roche dans les systèmes astéroïdaux doubles. *L'Astronomie*, 121, 270-273, 2007.

- [3] P. Descamps : Roche figures of doubly synchronous asteroids. *Planetary and Space Science*, sous presse, 2008.
- [4] F. Marchis, D. Hestroffer, P. Descamps, J. Berthier, A.H. Bouchez, R.D. Campbelle, J.C.Y. Chin, M.A. van Dam, S.K. Hartman, E.M. Johansson, R.E. Lafon, D. Le Mignant, I. de Pater, P.J. Stomski, D.M. Summers, F. Vachier, P.L. Wizinovich, M.H. Wong: A low density of 0.8 gcm<sup>-3</sup> for the Trojan binary asteroid 617 Patroclus. *Nature*, 439, 565-567, 2006.
- [5] A. Kryszczyńska, F. Colas, M. Polinska, P. Descamps, P. Bartzak, T. Kwiatowski, J. Lecacheux, R. Hirsch, M. Fagas, K. Kaminski, A. Marciniak: New binary asteroid 809 Lunda – I. Photometry and modelling. Soumis à *Astronomy and Astrophysics*, 2008.
- [6] P. Descamps, Marchis, F.; Pollock, J.; Berthier, J.; Vachier, F.; Birlan, M.; Kaasalainen, M.; Harris, A. W.; Wong, M.; Romanishin: New determination of the size and bulk density of the binary asteroid 22 Kalliope from observations of mutual eclipses. *Icarus*, sous presse, 2008.
- [7] J. Berthier, P. Descamps: Occultations stellaires par les satellites d'astéroïdes. Journées scientifiques de l'IMCCE, 2008.
- [8] F. Marchis, D. Hestroffer, P. Descamps, J. Berthier, C. Laver, I. de Pater: Mass and density of Asteroid 121 Hermione from an analysis of its companion orbit. *Icarus*, 178, 450-464, 2005.
- [9] R. Behrend et 49 collègues: Four new binary minor planets: (854) Frostia, (1089) Tama, (1313) Berna, (4492) Debussy. *Astronomy and Astrophysics*, 446, 1177-1184, 2006.



# Occultations stellaires par les satellites d'astéroïdes

J. Berthier, P. Descamps

## Introduction

L'occultation d'une étoile par un astéroïde est une technique apparue en 1961 permettant d'évaluer avec précision le contour apparent et la taille de ces objets, connus aussi sous le nom de *petites planètes*. La méthode consiste tout simplement, pour un observateur, à dater l'instant et à chronométrer la durée du passage de l'astéroïde devant l'étoile. Ces objets célestes ayant des tailles relativement modestes, une centaine de kilomètres, les prédictions se doivent d'être très précises pour permettre aux observateurs de se positionner sur Terre dans l'étroite bande de visibilité (proportionnelle à la taille de l'objet) d'où il peut attraper l'instant fugitif (quelques secondes) de ce passage. L'entreprise est encore plus périlleuse lorsqu'il s'agit de détecter une occultation stellaire par un satellite d'astéroïde dont les tailles sont de l'ordre de la dizaine de kilomètres. Dans ce cas, la durée de l'extinction de l'étoile, correspondant au passage du satellite, ne sera que d'une poignée de secondes ! Malgré de nombreux efforts assortis d'annonces plus ou moins tapageuses de détections jamais confirmées, l'occultation d'une étoile par un satellite d'astéroïde était devenue l'artésienne de la discipline jusqu'à ce que l'on soit en mesure de les prédire avec précision. Nous exposons ici les premières observations réussies d'occultations d'étoiles par des satellites d'astéroïdes provenant de prédictions réalisées à l'IMCCE.

## 1. Prédiction des phénomènes

La réussite ou l'échec de l'observation d'une occultation d'étoile par un astéroïde (binaire ou non) est tributaire, pour l'essentiel, de la précision avec laquelle la prédiction est réalisée. Ce souci de précision vaut à la fois pour l'étoile, l'astéroïde – encore appelé le corps primaire – et son satellite (ou corps secondaire). Toutes les observations qui ont pu mener à une détection positive impliquent des étoiles provenant d'un catalogue astrométrique de grande précision (Tycho-2, UCAC-2). La connaissance des orbites d'astéroïdes est maintenant suffisamment précise pour que l'essentiel de l'indétermination résiduelle provienne de la position du satellite sur son orbite.

Jusqu'à ce jour, aucune observation d'occultation – il y en a quand même eu 1029 de réussies entre 1961 et 2006 - n'a permis de découvrir en toute certitude un satellite. C'est pourquoi, après la découverte du premier astéroïde binaire en 1993, les efforts se sont concentrés sur les objets dont on savait déjà qu'ils emmenaient dans leur mouvement un corps secondaire qualifié de satellite. Les premières tentatives eurent lieu en 2004 sur (22) Kalliope et (121) Hermione, astéroïdes identifiés comme binaires en 2001 et pour lesquels nous disposions de quelques données d'observation de positions relatives. Cependant, même si ces quelques données astrométriques permirent d'estimer les principaux paramètres orbitaux, la connaissance de l'orbite demeurerait grossière et très imprécise dès que l'on tentait d'extrapoler dans le futur les positions relatives. Il fallut encore deux années d'efforts, nécessaires pour collecter des données astrométriques supplémentaires, pour accéder à des éphémérides orbitales des satellites qui soient dignes de confiance.

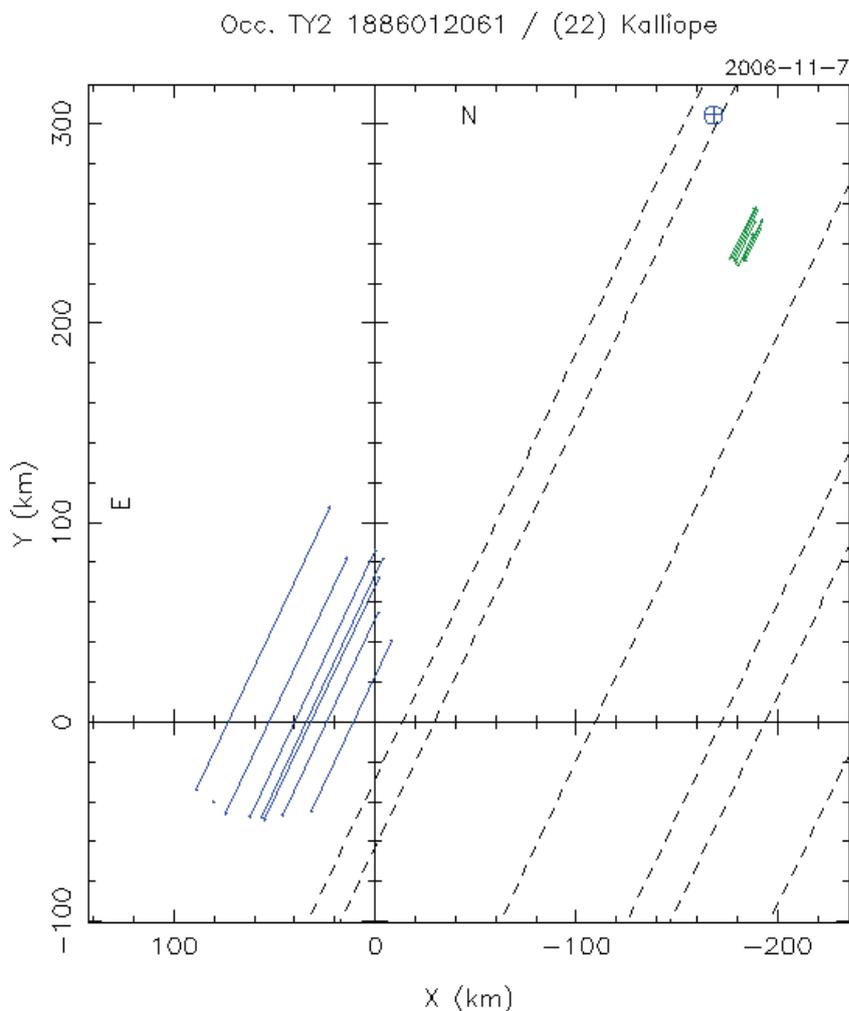
Actuellement, nous possédons des solutions orbitales préliminaires pour une dizaine de systèmes astéroïdaux binaires, issus de la ceinture principale d'astéroïdes pour la plupart [1,2]. Ces systèmes ont des demi-grands axes de l'ordre de 1000 km. On comprend alors mieux toute la difficulté à repérer une extinction secondaire autour d'un objet dont on ignore s'il possède un satellite et pouvant se produire quelque part dans une zone large pouvant atteindre 2000 km ! En général, les chasseurs d'occultations stellaires se répartissent le long d'une bande étroite de quelques centaines de kilomètres autour de la ligne de centralité supposée. Une détection positive suppose donc que le satellite se situe au voisinage de cette ligne de centralité. Cela représente une probabilité d'environ 6% tout au mieux en admettant des observateurs répartis sur toute la largeur de la zone d'observabilité. La probabilité décroît à l'évidence très vite dès que le supposé satellite s'éloigne notablement de la ligne de centralité. Toutefois, la précision des prédictions faites sont hautement dépendantes de la durée pendant laquelle les observations de position du satellite par imagerie directe à haute résolution sont effectuées. Actuellement, selon l'objet considéré, la prédiction de la position d'un satellite le long de sa trajectoire orbitale autour de son primaire se fait avec des précisions variant de 10 à 100 km. La marge d'erreur finale sera d'autant plus importante que l'on disposera d'observations réparties sur une courte base temporelle et que les dernières observations disponibles seront éloignées des époques où l'on souhaite réaliser des prédictions. A ce jour, l'objet

le plus observée est (22) Kalliope, pour lequel nous disposons d'une quarantaine d'observations couvrant cinq années de suivi.

## 2. Les premières observations d'occultations d'étoiles par un satellite d'astéroïde

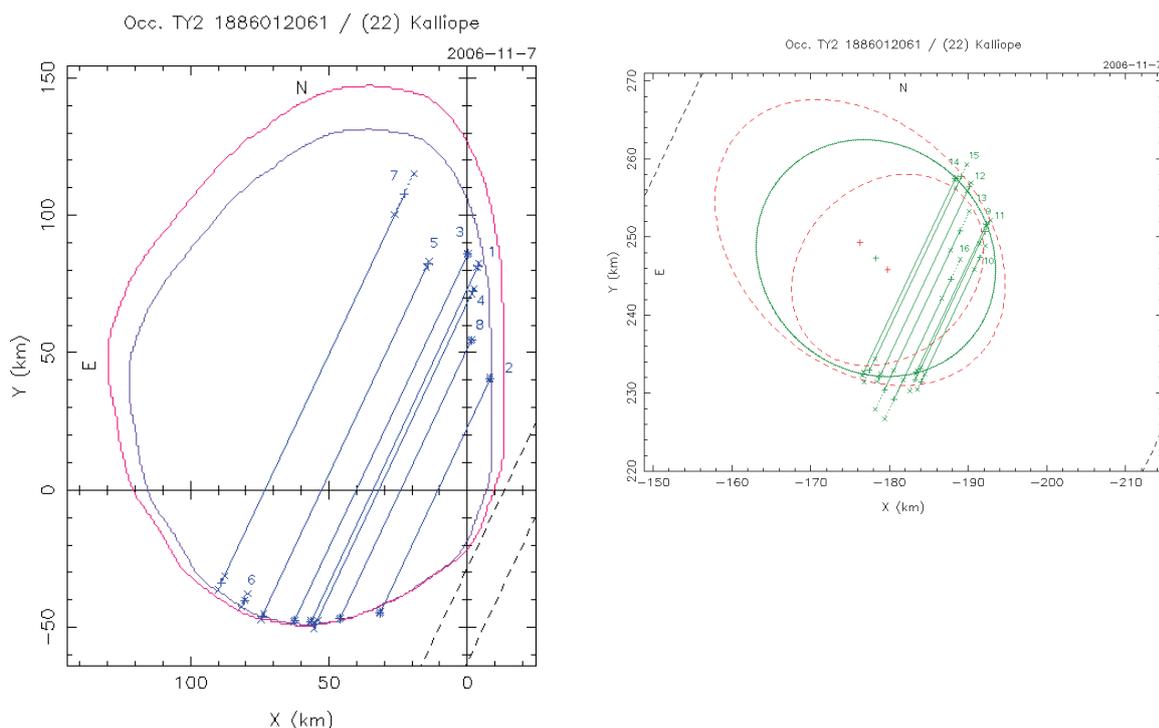
### 2.1 (22) Kalliope

Kalliope est un astéroïde de classe M de la ceinture principale dont la binarité a été découverte en 2001. Le 7 novembre 2006, à l'occasion de l'occultation d'une étoile Tycho, nous avons été sollicité 16 heures avant le phénomène pour déterminer la position de son satellite, baptisé Linus, et prédire les lieux de visibilité de l'occultation. La bande de centralité de l'occultation balayait le Japon. Sur cette terre étroite, il se trouve que la bande de visibilité de l'occultation par Linus devait également se trouver à proximité de la bande de centralité. Bénéficiant de la clémence de la météo et d'une forte mobilisation d'observateurs japonais chevronnés, il fut enregistré 16 observations positives dont la moitié étaient le fait du passage de Linus devant l'étoile (Figure 1). Il est vraisemblable que le phénomène secondaire aurait pu être observé sans prédiction, étant donné la position opportune du satellite à ce moment-là, non loin de la centralité. Le fait remarquable réside cependant dans la justesse de la prédiction s'écartant d'à peine 58 km de la position observée. La conversion en cordes à la surface de la Terre des instants mesurés de disparition et de re-apparition de l'éclat stellaire font apparaître une portion du profil en coupe de Kalliope avec dans son sillage une esquisse de celui de Linus.



**Fig. 1 :** Occultation stellaire de l'étoile TYCHO 1886012061 par l'astéroïde binaire (22) Kalliope le 7 novembre 2006 au Japon.. 25 observateurs étaient mobilisés : 16 observations positives furent enregistrées dont 8 concernant le satellite, Linus. La croix indique la position de Linus telle qu'elle fut prédite. Les lignes pointillées indiquent des observations négatives.

Cette observation fut fructueuse à plus d'un titre. Elle permit de confirmer ce qu'une autre technique d'observation avait permis d'obtenir. En effet, peu de temps après, en mars 2007, le système de Kalliope se retrouva dans une configuration apparente telle qu'elle faisait naître des éclipses mutuelles entre les deux compagnons [3,4]. Il en découla un nouveau modèle de forme tridimensionnelle de Kalliope ainsi qu'une nouvelle détermination de sa taille et de celle de Linus. En projetant son profil à la date de l'occultation stellaire, il est alors saisissant de constater à quel point les cordes observées s'imbriquent parfaitement au sein de celui-ci (Figure 2a). En ce qui concerne Linus (Figure 2b), il fut procédé à l'ajustement d'une ellipse qui donna une taille de  $30 \pm 6$  km, conforme également au résultat obtenu à partir des observations photométriques des phénomènes mutuels.



**Fig. 2 :** Profils de Kalliope et de Linus. Le profil de section de Kalliope provient d'un modèle 3D du corps. Il a été reprojété pour deux tailles équivalentes, en rose le diamètre IRAS, datant de 1983, de 180km et en violet celui de 167km nouvellement issu des éclipses mutuelles de 2007 [3,4].

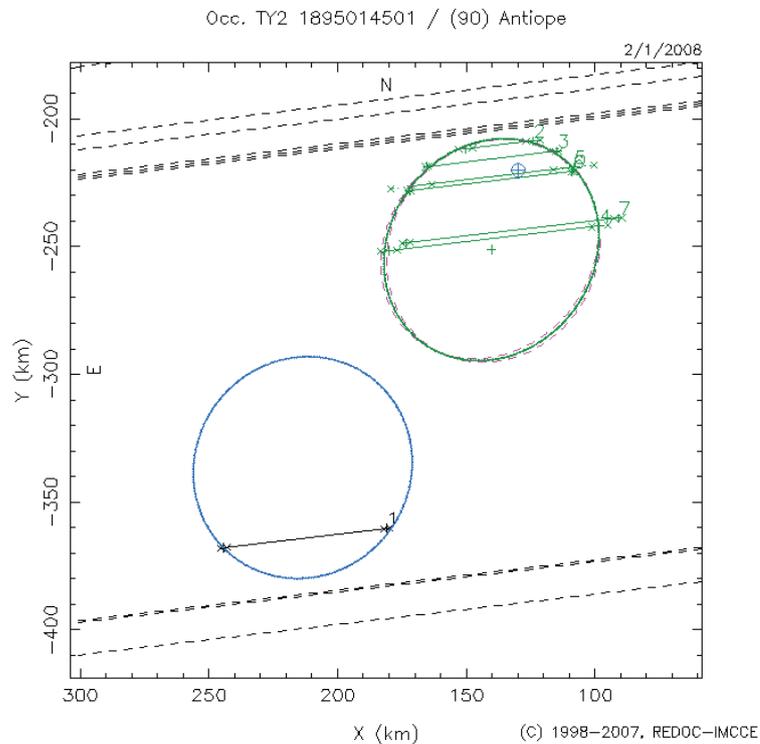
### 2.1. (90) Antiope

Figurant parmi les objets les plus étonnants du système solaire, Antiope est un système astéroïdal double synchrone très serré. Ses deux composantes de 90 km chacune, jumelles l'une de l'autre, sont séparées tout au plus de 170 km. Cet astéroïde aurait pu être détecté comme double à l'occasion d'une occultation stellaire quelconque. Sans doute que le fait même de connaître ou de présupposer le caractère double d'un astéroïde est-il de nature à davantage mobiliser et stimuler les chasseurs d'occultations stellaires. Signalons qu'Antiope avait également été observé en photométrie en décembre 1996 alors qu'il se présentait sous un aspect favorable à faire naître des phénomènes mutuels, se traduisant par des chutes en amplitude très fortes de près de 0.8 magnitudes dans la courbe de lumière. Il ne suscita pas cependant davantage de curiosité ni d'interrogations jusqu'à ce qu'en 2000, son observation directe en optique adaptative révèle sa duplicité cachée.

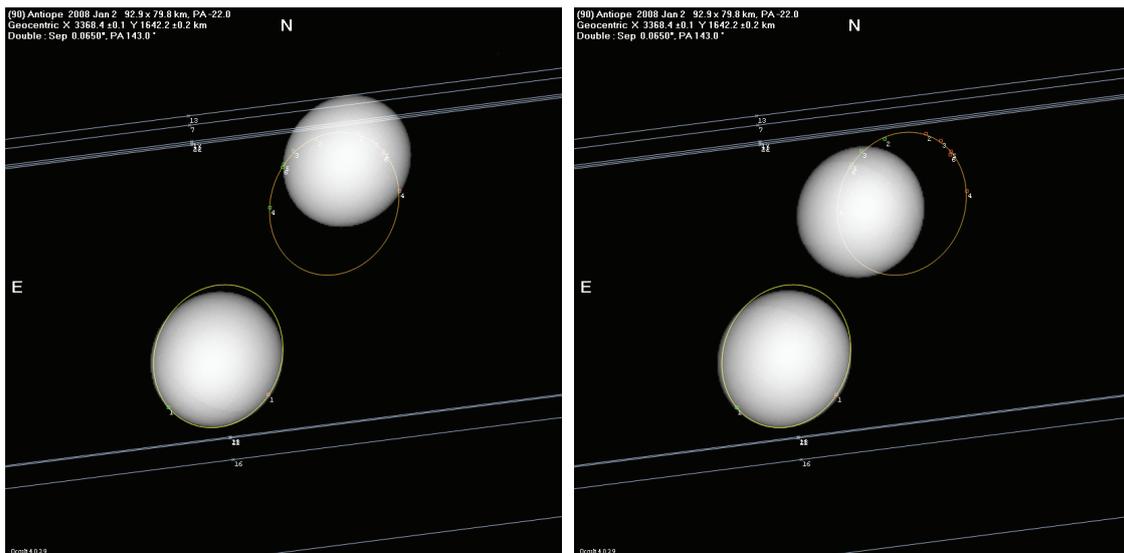
Le 2 janvier 2008, Antiope occulta l'étoile Tycho 189501450. A nouveau, l'observation se déroula au Japon et mobilisa 23 observateurs. Il fut réalisé 7 observations positives de l'une des composantes et une seule, mais néanmoins suffisante pour faire apparaître le côté binaire, de sa sœur jumelle (Figure 3). La prédiction de l'IMCCE des positions relatives s'avéra à nouveau juste, avec moins de 30 km au sol d'écart constaté.

Cette observation est très intéressante car elle permet de valider à la fois les modèles de forme et de taille des composantes du système qui ont pu être déduits de ses phénomènes mutuels de 2005. Rappelons que l'analyse de ces phénomènes avait permis de montrer que les figures prises par les composantes s'apparentaient de manière

étonnante et inattendue à celles prises par des masses fluides en équilibre hydrostatiques qui auraient parfaitement synchronisé à leurs rotations propres avec leur révolution [5]. Ces figures théoriques ont été pour la première fois obtenues mathématiquement en 1849 par Edouard Roche. La figure 4 superpose les figures théoriques du système aux cordes observées, à gauche selon le modèle orbital, et à droite selon le modèle photométrique de rotation. Dans ce modèle photométrique, le corps est considéré comme un seul objet tournant solidement autour de son axe de rotation.



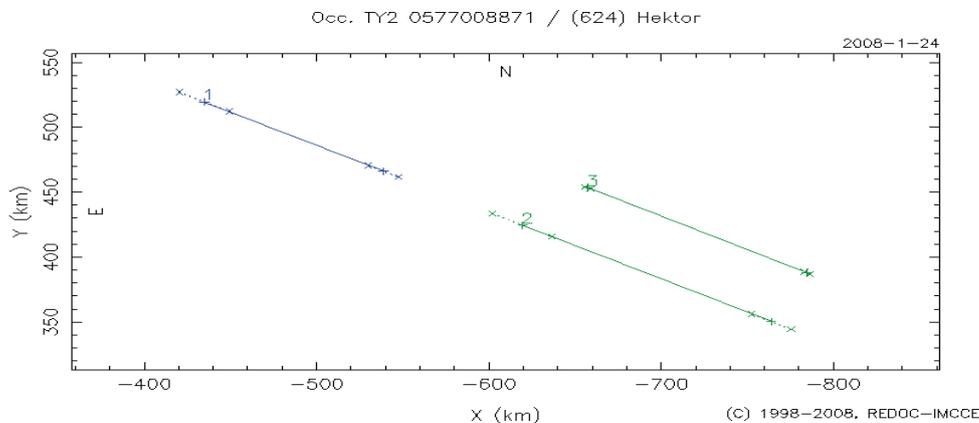
**Fig. 3 :** Cordes observées lors de l’occultation stellaire par le système double de (90) Antiope. Les lignes pointillées indiquent des observations négatives. La croix indique la position relative théorique de la seconde composante par rapport à la première. Les ellipses d’ajustement résultantes sont également figurées.



**Fig. 4 :** Comparaison avec les modèles en forme d’ellipsoïde de Roche des composantes d’Antiope. La vue de gauche a été réalisée à partir du modèle orbital tandis que la vue de droite provient de la photométrie où le système est alors considéré comme une seul corps tournant rigidement autour d’un axe de rotation unique.

## 2.2. (624) Hektor

Hektor, est le deuxième troyen identifié comme binaire en 2006[6]. Pourtant dans l'occultation présentée, il ne s'agit pas de la détection de ce petit secondaire mais de quelque chose de beaucoup plus intrigant ainsi que le montre la figure 5. Cette occultation stellaire, réalisée au Japon le 24 janvier 2008, montre une interruption du phénomène pour un même observateur, auteur des cordes 1 et 2. En effet, ces deux cordes correspondent à deux extinctions successives de l'étoile cible. La longueur de ces deux cordes est à peu près équivalente laissant donc penser qu'Hektor aurait intercepté par son milieu le flux de l'étoile, et qu'il serait en fait lui-même un système double synchrone très serré. Malgré l'effet trompeur de la projection, cette séparation pourrait être de l'ordre de 50 km, chacune des composantes approchant une taille de 150 km pour sa plus grande longueur. L'analyse complète de cette observation troublante reste à faire. Cependant, Hektor était déjà connu, depuis des observations photométriques anciennes de 1969, comme pouvant être un binaire-contact. En d'autres termes, Hektor présenterait une forme très allongée, constituée de deux lobes en contact. Cette vision d'Hektor a été confirmée en imagerie directe en 2006 à l'occasion de la découverte de son petit compagnon. La résolution ne permettait cependant pas de séparer d'éventuelles composantes qui seraient en réalité détachées l'une de l'autre. Cette observation présenterait donc Hektor sous un aspect inédit et en ferait certainement un objet encore plus déroutant qu'Antiope.



**Fig. 5 :** Occultation stellaire du troyen (624) Hektor réalisée le 24 janvier 2008 par des observateurs Japonais. Le secondaire n'est ici pas détecté mais il apparaît une interruption qui laisser penser que le primaire serait lui-même un système double synchrone.

## Conclusion

Les premières observations d'occultations stellaires par des satellites d'astéroïdes ont pu être réalisées grâce à l'observation astrométrique prolongée des systèmes astéroïdaux binaires découverts à l'aube des années 2000 sur les très grands télescopes optiques fonctionnant en optique adaptative. Ce travail systématique et patient de collecte de positions relatives a permis d'obtenir des modèles orbitaux autorisant des prédictions fiables de ces phénomènes délicats à observer. Les observations réussies ont d'ores et déjà permis d'engranger des résultats d'importance sur les tailles et formes de ces couples célestes. Elles doivent donc être poursuivies ainsi que les observations astrométriques en haute résolution dont elles se nourrissent.

## Références

- [1] F. Marchis, P. Descamps, J. Berthier, D. Hestroffer, F. Vachier, M. Baek, A.W. Harris, D. Nesvorny: Main belt binary asteroidal systems with eccentric mutual orbits. *Icarus*, 195, 295-316, 2008
- [2] F. Marchis, P. Descamps, M. Baek, A.W. Harris, M. Kaasalainen, J. Berthier, D. Hestroffer, F. Vachier: Main belt binary asteroidal systems with circular mutual orbits. *Icarus*, 196, 97-118, 2008

[3] P. Descamps, F. Marchis, J. Pollock, J. Berthier, J. Vachier, F. Birlan, M.; Kaasalainen, M.; Harris, A. W.; Wong, M.; Romanishin: New determination of the size and bulk density of the binary asteroid 22 Kalliope from observations of mutual eclipses. *Icarus*, sous presse, 2008.

[4] P. Descamps, J. Berthier : Phénomènes mutuels des astéroïdes binaires. Journées scientifiques de l'IMCCE, 2008.

[5] P. Descamps, F. Marchis, T. Michalowski, F. Vachier, F. Colas, J. Berthier, M. Assafin, P.B. Dunkel, M. Polinska, W. Pych, D. Hestroffer, K.P. Miller, R. Vieira-Martins, J.-P. Teng, A. Peyrot, B. Payet, J. Dorseuil, Y. Léonie, T. Dijoux : Figure of the double Asteroid 90 Antiope from adaptive optics and lightcurve observations. *Icarus*, 187, 482-499,2007.

[6] F. Marchis, M.H. Wong, J. Berthier, P. Descamps, D. Hestroffer, F. Vachier, D. Le Mignant, I. de Pater: S/2006 (624) 1. IAU circular 8732, 2006.

# Orbites de tous les satellites lointains des grosses planètes ajustées sur les observations

N. Emelyanov, A. Kanter

## Introduction

Récemment en résultat de la collaboration entre l'IMCCE et l'Institut d'Astronomie Sternberg de Moscou (SAI) un serveur des éphémérides des satellites naturels MULTI-SAT a été développé [1, 2]. Parmi les 167 satellites connus aujourd'hui, 107 satellites sont lointains par rapport aux satellites principaux. Les éphémérides de ces satellites sont nécessaires pour le serveur MULTI-SAT.

Les éphémérides des satellites lointains des grosses planètes sont disponibles en ligne dans le système Horizons [3] de JPL (Jet Propulsion Laboratory, USA). L'existence de plusieurs modèles indépendants pour le mouvement des satellites naturels permet de représenter au mieux leurs éphémérides. Ces modèles différents assurent un contrôle réciproque de leurs qualités. C'est pourquoi nous avons entrepris ce travail.

Ainsi une intégration numérique indépendante des équations du mouvement des satellites lointains des grosses planètes était effectuée ainsi que l'ajustement des conditions initiales sur les observations. Les éphémérides de tous les satellites lointains de Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune ont été construites à partir de toutes les observations publiées. Nous mettons à jour les modèles du mouvement des satellites et améliorons la précision d'éphémérides dès que de nouvelles observations sont disponibles. Ces éphémérides sont incluses au serveur des éphémérides des satellites naturels MULTI-SAT [1, 2] qui est accessible via internet (<http://www.imcce.fr/sat> , <http://www.sai.msu.ru/neb/nss/index.htm>)

Une grande partie de ce travail est publiée [4, 5, 6]. Des nouveaux résultats sont présentés concernant les éphémérides de Néréide. Le but de cette communication est de présenter une série de travaux effectués et complétés récemment pour la production des meilleures éphémérides des satellites naturels au sein de l'IMCCE.

## 1. Présentations des satellites

Le nombre de tous les satellites connus au 5 mai 2008 (sauf la Lune) classés par planète et par type sont donnés dans la Table 1.

**Table 1 :** Les nombres des satellites naturels

En tout	167	Intérieurs	Principaux	Lointains	Au total
Satellites de Mars		-	2	-	2
Satellites de Jupiter		4	4	54	62
Satellites de Saturne		14	8	38	60
Satellites d'Uranus		13	5	9	27
Satellites de Neptune		6	1	6	13
Satellites de Pluton		-	1	2	3

Les satellites lointains orbitent en dehors de celles des satellites principaux. Vu leurs petites tailles, ils sont très faibles et leurs orbites ne sont ni circulaires, ni dans le plan équatorial de la planète comme pour les satellites intérieurs et principaux. Ils sont observables comme les astéroïdes, indépendamment de la planète. Seulement leur faible magnitude est une difficulté pour leur observation.

Les périodes de révolution des satellites lointains de Jupiter sont de 0.7 à 2.2 ans, de Saturne - de 1.3 à 2.6 ans, d'Uranus - de 0.7 à 7.7 ans, de Neptune - de 5 à 27 ans .

La représentation des orbites par la théorie analytique est difficile principalement en raison de la perturbation solaire forte. Des éphémérides à haute précision ne peuvent être produites qu'en utilisant l'intégration numérique des équations du mouvement.

## 2. Les observations

Les résultats des observations de satellites lointains des grosses planètes sont fournis par la base de données des satellites planétaires NSDC accessible par internet (<http://www.imcce.fr/nsdc>, <http://www.sai.msu.ru/neb/nss/index.htm>). Cette base de données est constamment mise à jour. Une description détaillée des diverses séries d'observations avec les références bibliographiques est donnée dans NSDC.

Les tableaux disponibles dans le serveur MULTI-SAT (voir les pages Guides – Sources - Des modèles numériques originaux) donnent les intervalles de temps et le nombre d'observations utilisées pour ce travail. Ces tableaux sont mis à jour régulièrement. Pour certains satellites, les intervalles de temps et le nombre des observations utilisées sont donnés dans la Table 2. Pour les 98 autres satellites, les intervalles de temps d'observation sont très variés. Le nombre des positions observées ne dépassent pas 100. Pour plusieurs satellites les 8-15 positions sont observées sur l'intervalle de temps d'un mois et couvrent seulement une petite fraction de l'orbite. Les modèles des orbites peuvent donc être sensibles aux erreurs d'observation. L'addition de nouvelles observations augmente sensiblement la fiabilité des éphémérides calculées.

## 3. Modèle de mouvement orbital de satellites lointains des grosses planètes

Notre modèle pour les orbites des satellites est basé sur une intégration numérique de leurs équations du mouvement dans les coordonnées cartésiennes planétocentriques. Ces équations incluent les perturbations du Soleil, de Jupiter, de Saturne, d'Uranus, de Neptune, de Pluton et les effets d'aplatissement de la planète (J2 et J4 seulement). La masse du Soleil a été augmentée par les masses de Mercure, Vénus, le système de Terre-Lune et le système martien pour prendre en considération une partie des effets perturbants des planètes intérieures. Les positions des planètes sont calculées en utilisant les éphémérides planétaires DE405/LE405 de JPL.

Dans notre modèle, les satellites principaux ont été remplacés par les anneaux équatoriaux circulaires uniformes. La masse de la planète est augmentée par la masse des satellites principaux. Les coefficients J2 et J4 sont modifiés pour représenter des perturbations des satellites principaux (J2 et J4 sont les coefficients des termes de deuxième et quatrième ordres de l'expansion en série de la force gravitationnelle de la planète). Selon les évaluations de Jacobson [7] pour huit satellites lointains de Jupiter, les anomalies de coordonnées à cause de ces simplifications, ne dépassent pas 200 kilomètres ce qui est beaucoup moins que les erreurs d'observations. Nos analyses confirment ces conclusions.

Par ailleurs, dans les équations du mouvement de Néréïde (satellite lointain de Neptune) Triton se présente comme un corps ponctuel qui tourne autour de la planète sur une ellipse précessante.

## 4. Méthodes des calculs

Pour intégrer les équations du mouvement de satellite, nous utilisons la méthode de Belikov [8]. Cette intégration se fait sur la totalité de la période des éphémérides, sans prendre en considération les observations. Pendant la procédure d'intégration, les séries de coefficients en termes des polynômes de Tchebychev, sont établis en représentant les coordonnées rectangulaires du satellite. Une fois cette première intégration terminée, une autre intégration démarre celle des dérivées partielles des coordonnées par rapport aux paramètres orbitaux à partir de la première observation afin de construire les équations conditionnelles par rapport aux paramètres. Les coordonnées du satellite sont nécessaires pour cette intégration. Elles sont calculées avec les séries des polynômes de Tchebychev précédemment obtenues. Nous utilisons le procédé des moindres carrés pour ajuster les orbites aux observations. Dès que les équations conditionnelles ont été résolues et les corrections aux paramètres orbitaux appliquées, on recommence ce processus. L'amélioration des paramètres orbitaux s'arrête quand les corrections sont 50 fois moindres que leurs erreurs définies par la méthode des moindres carrés. Au terme de ce processus, la dernière version des séries en polynômes de Tchebychev pour les coordonnées rectangulaires du satellite est stockée et permet alors de calculer les éphémérides. L'intégration des équations des dérivés partielles se fait avec la méthode de Everhart [9]. L'avantage d'un tel procédé de calcul est que les équations différentielles de deux types différents (pour coordonnées et pour les dérivés partielles) sont résolues indépendamment l'une de l'autre, avec la procédure et la précision les plus adaptées.

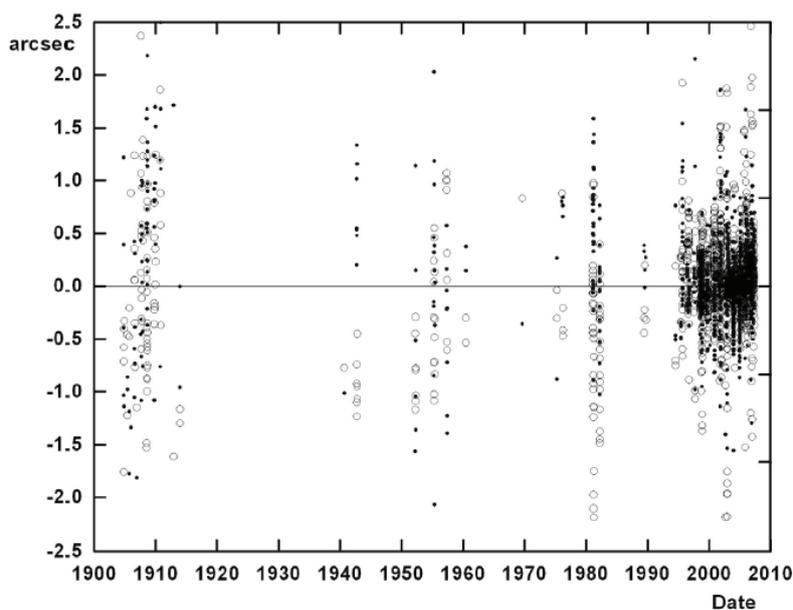
Les polynômes de Tchebychev obtenus ainsi pour les coordonnées de satellites lointains des grosses planètes sont implantés à notre serveur MULTI-SAT pour des calculs des éphémérides.

## 5. Les « O-C » après l'ajustement des orbites

Les déviations des coordonnées observées (ascension droite  $\alpha$  et déclinaison  $\delta$  astrométriques) par rapport à leurs valeurs trouvées après l'amélioration des conditions initiales, sont données pour certains satellites dans la Table 2. Pour les 98 autres satellites lointains, les déviations sont dans les limites  $0.14'' < \sigma_\alpha < 0.89''$ ,  $0.14'' < \sigma_\delta < 0.89''$ . Par exemple, les résidus « O-C » pour l'ensemble des observations utilisées pour Phoebé sont représentés sur Fig. 1. Les exemples de résidus « O-C » pour certains nouveaux satellites dont les observations sont faites sur très petits intervalles de temps sont représentés sur les Fig. 2b, 2c, 2d.

**Table 2 :** Les résidus des observations pour certains satellites après l'ajustement des orbites (T – la période d'observation, N – le nombre d'observations utilisées)

Satellite	T, An	N	$\sigma_\alpha, ''$	$\sigma_\delta, ''$
J6 Himalia	101	1198	0.77	0.71
J7 Elara	101	685	0.83	0.82
J8 Pasiphae	98	1172	0.76	0.66
J9 Sinope	92	510	0.74	0.62
J10 Lysithea	68	252	0.73	0.59
J11 Carme	68	663	0.69	0.64
J12 Ananke	54	307	0.54	0.52
J13 Leda	32	95	0.62	0.54
J18 Themisto	27	47	0.55	0.37
S9 Phoebé	103	1606	0.44	0.45
N2 Néréide	58	511	0.37	0.31



**Fig. 1 :** Résidus « O-C » en ascension droite (points) et en déclinaison (cercles) pour l'ensemble des observations utilisées pour Phoebé.

## 6. Comparaison avec les éphémérides du JPL

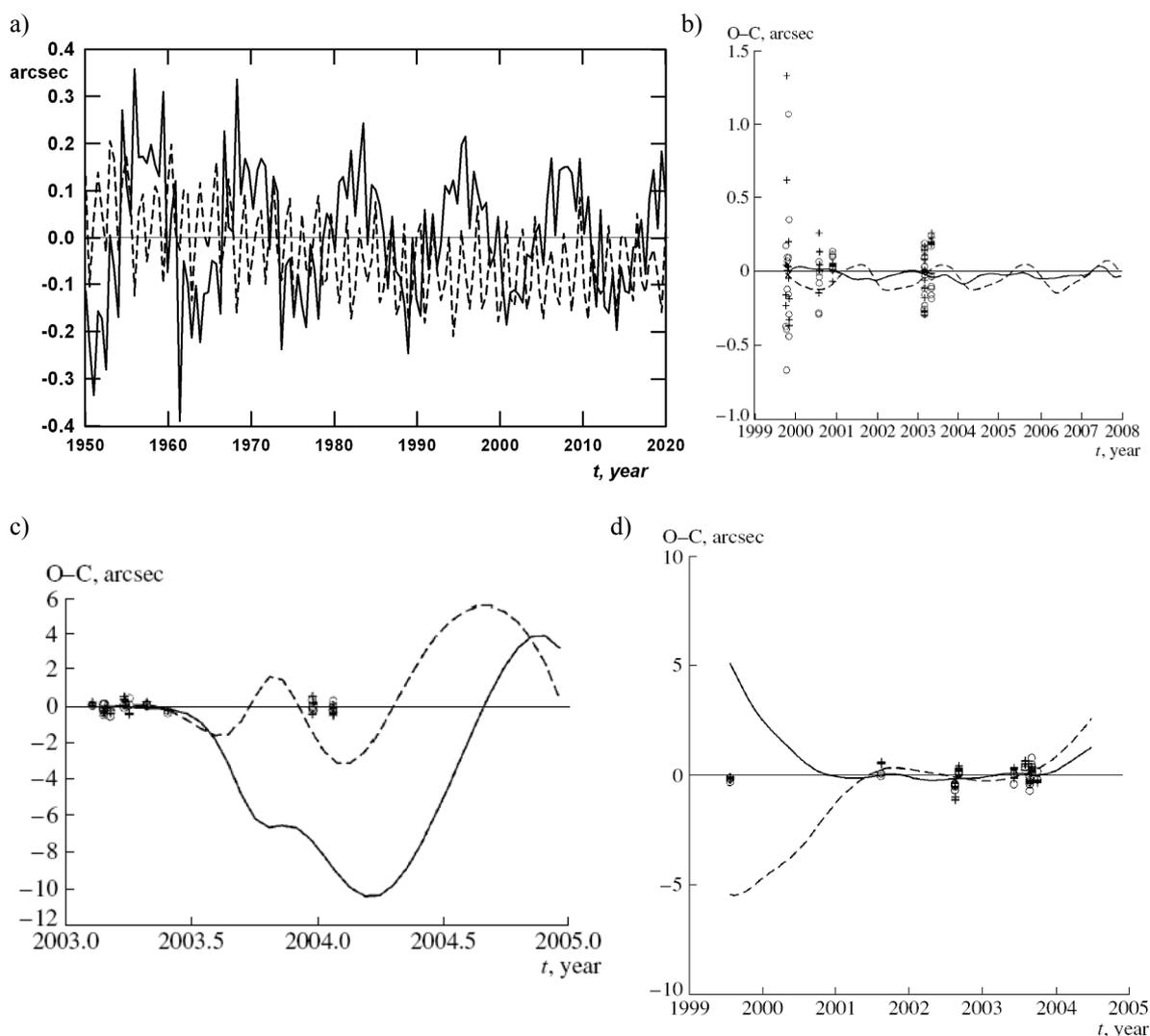
Pour vérifier nos éphémérides, une comparaison a été faite avec l'éphéméride du JPL. L'éphéméride du JPL a été produite en ligne utilisant le système Horizons [3].

D'abord nous avons comparé les deux modèles indépendants du mouvement satellite comme des fonctions des conditions initiales de l'intégration. Nous avons utilisé le système Horizons pour produire des valeurs de l'ascension droite et de déclinaison pour plusieurs satellites dans l'intervalle de 20 ans au moins avec un pas de 20 jours. Vu l'éphéméride du JPL pour les observations, nous avons ajusté les conditions initiales de l'intégration

utilisant notre logiciel. Les résidus obtenus de cette façon peuvent être causés seulement par les différences dans les deux modèles physiques du mouvement satellite et dans la méthode de calcul puisqu'il n'y a aucune erreur d'observation. Les résidus pour les satellites lointains ne dépassent pas les limites suivantes.

- Pour les satellites de Jupiter :  $(O-C)_\alpha < 0.014''$ ,  $(O-C)_\delta < 0.012''$ .
- Pour S9 Phobé :  $(O-C)_\alpha < 0.020''$ ,  $(O-C)_\delta < 0.008''$ .
- Pour les autres satellites de Saturne :  $(O-C)_\alpha < 0.020''$ ,  $(O-C)_\delta < 0.010''$ .
- Pour les satellites d'Uranus :  $(O-C)_\alpha < 0.010''$ ,  $(O-C)_\delta < 0.010''$ .
- Pour N1 Néréïde :  $(O-C)_\alpha < 0.001''$ ,  $(O-C)_\delta < 0.001''$ .
- Pour les autres satellites de Neptune :  $(O-C)_\alpha < 0.004''$ ,  $(O-C)_\delta < 0.004''$ .

Le désaccord entre les modèles est 20 fois moins important que la précision moyenne des observations et 5 fois moins que la précision des meilleures observations. Cela confirme que nos méthodes et notre logiciel sont corrects pour produire les éphémérides des satellites lointains des grosses planètes avec la précision qui correspond aux observations disponibles.



**Fig. 2** : Les déviations des éphémérides de JPL de nos éphémérides (MULTI-SAT) en ascension droite et en déclinaison (lignes et tirets respectivement) pour les satellites J6 Himalia (a), J17 Callirrhoe (b), J46 Carpo (c) et N9 Halimede (d). Déviations résiduelles des positions observées du satellite J17 Callirrhoe (b), J46 Carpo (c) et N9 Halimede (d) de nos modèles après l'ajustement des orbites (les cercles et les croix en ascension droite et en déclinaison, respectivement).

Dès que nos éphémérides sont élaborées, nous pouvons les comparer avec celles du JPL. Nous avons produit des valeurs de l'ascension droite  $\alpha$  et de déclinaison  $\delta$  pour plusieurs satellites comme des observations dans des intervalles différents avec le système Horizons. La comparaison avec nos éphémérides donne les écarts « O-C » dans les limites suivantes.

$$\begin{aligned}
 \text{Pour les satellites de Jupiter J6-J13 : } & (O-C)_{\alpha} < 0.20'', \quad (O-C)_{\delta} < 0.20''. \\
 \text{Pour S9 Phœbé : } & (O-C)_{\alpha} < 0.25'', \quad (O-C)_{\delta} < 0.10''. \\
 \text{Pour N1 Néréïde : } & (O-C)_{\alpha} < 0.33'', \quad (O-C)_{\delta} < 0.11''. \\
 \text{Pour les autres satellites de Jupiter : } & (O-C)_{\alpha} < 10'', \quad (O-C)_{\delta} < 10''. \\
 \text{Pour les autres satellites de Saturne : } & (O-C)_{\alpha} < 10'', \quad (O-C)_{\delta} < 10''. \\
 \text{Pour les satellites d'Uranus : } & (O-C)_{\alpha} < 10'', \quad (O-C)_{\delta} < 10''. \\
 \text{Pour les autres satellites de Neptune : } & (O-C)_{\alpha} < 10'', \quad (O-C)_{\delta} < 10''.
 \end{aligned}$$

Pour plusieurs satellites, ces écarts sont plus petits que les erreurs de la majorité des observations et peuvent être expliqués par des différences entre les ensembles d'observations utilisées à JPL et dans notre travail. Les écarts entre les éphéméride JPL et les nôtres pour certains satellites sont montrés sur Fig. 2.

On peut voir que les déviations des éphémérides de JPL par rapport aux éphémérides MULTI-SAT pour le satellite J17 Callirrhoe (Fig. 2b) sont moindres que les erreurs des observations sur toute la période d'observation. Par contre pour les satellites J46 Carpo (Fig. 2c) et N9 Halimede (Fig. 2d) les déviations JPL - MULTI-SAT aux moments de certaines observations sont plus importantes que les erreurs d'observation. Il est évident que pour la création des éphémérides JPL ces observations n'étaient pas utilisées.

## 7. La précision des éphémérides

Il n'y a aucune méthode fiable pour évaluer la précision d'éphéméride en dehors de l'intervalle de temps d'observation. Nous donnons alors des évaluations approximatives utilisant quelques comparaisons des éphémérides avec les observations et également celles de différentes théories entre elles. Ces évaluations pour certains satellites sont présentées dans la Table 3. Pour les autres satellites, la précision d'éphéméride peut être de l'ordre des erreurs d'observation si les observations sont bien distribuées sur l'orbite.

**Table 3** : La précision d'éphéméride (déviations maximum) en l'ascension droite et en déclinaison sur l'intervalle de temps de 2007 à 2017 pour certains satellites.

Satellite	Déviations maxima en ascension droite et en déclinaison, sec. d'arc
J6 Himalia	0.15
J7 Elara	0.15
J8 Pasiphae	0.15
J9 Sinope	0.15
J10 Lysithea	0.20
J11 Carme	0.20
J12 Ananke	0.25
J13 Leda	0.30
S9 Phœbé	0.15
N2 Néréïde	0.30

Les éphémérides des satellites lointains de Jupiter, de Saturne, d'Uranus et de Neptune découverts après 1997 sont basées sur les observations faites sur de très courts intervalles de temps. Pour quelques satellites, les intervalles d'observation couvrent une petite partie de la période orbitale. Par conséquent, les éphémérides de ces satellites ne peuvent pas être fiables. En dehors des intervalles d'observation les erreurs des éphémérides peuvent dépasser 10 arcsecondes. L'analyse faite dans la publication de V. A. Avdyushev, M. A. Banshchikova [10] montre que les erreurs des éphémérides de quelques nouveaux satellites lointains peuvent être de l'ordre des dimensions de leurs orbites.

## 8. Le problème de masse des satellites lointains des gros planètes

Les masses de tous les satellites lointains sont inconnues. Seulement la masse de S9 Phobé a été déterminée avec le vaisseau spatial Cassini en juin 2004 [11]. Les évaluations approximatives des masses avaient été calculées en étant basées sur des valeurs hypothétiques des densités et des albédos. Les observations photométriques depuis la Terre ne donnent que la valeur de la magnitude de satellite. Puis, en introduisant l'albédo de satellite, on peut obtenir une valeur approximative de sa dimension. Puis en introduisant la densité du satellite, on obtient une évaluation approximative de la masse. Une valeur du produit  $Gm$  (où  $m$  est la masse du satellite et  $G$  est la constante de la gravitation) du satellite Himalia est donnée sur le site internet JPL Solar System Dynamics (<http://ssd.jpl.nasa.gov/>) :  $Gm = 0.45 \text{ km}^3/c^2$ . L'autre valeur de  $Gm$  pour Himalia est donnée dans **Introduction aux éphémérides astronomiques** du BDL [12] :  $Gm = 0.63 \text{ km}^3/c^2$ .

D'ailleurs la masse du satellite perturbant peut être déduite des observations des satellites perturbés. Pour cela, les conditions initiales du mouvement des satellites perturbés et la masse du satellite perturbant doivent être obtenues ensemble à partir des observations.

En fait la valeur de  $Gm$  du satellite J6 Himalia était obtenue à partir des observations des satellites J7 Elara et J10 Lysithea [13]. Le résultat obtenu est  $Gm = (0.28 \pm 0.04) \text{ km}^3/c^2$ . Nous avons démontré que la détermination de la masse de J6 Himalia était possible seulement en raison d'une approche étroite de J6 Himalia et de J7 Elara qui avait eu lieu le 15 juillet 1949, quand la distance entre eux était de 65 031 km (à comparer avec le demi-grand axe de J7 Elara = 11 741 000 km). Nous avons démontré aussi que la détermination des masses des autres satellites lointains des planètes **n'est pas possible** avec une telle méthode.

## Conclusion

Nous avons ajusté les paramètres du mouvement des 107 satellites lointains des grosses planètes sur toutes les observations astrométriques faites depuis la Terre avec l'intégration numérique des équations du mouvement. En conséquence nous avons produit les éphémérides disponibles dans notre serveur MULTI-SAT. Ces éphémérides seront mises à jour quand de nouvelles observations seront disponibles. Les éphémérides sont accessibles par internet ( <http://www.imcce.fr/sat> ou <http://www.sai.msu.ru/neb/nss/index.htm> ).

La vraie précision des éphémérides est limitée seulement par l'exactitude des observations et leur répartition dans le temps et sur l'orbite.

This work was made possible thanks to the « Programme International de Coopération Scientifique » n° 3840 of CNRS and the Russian Foundation for Basic Research, project n° 07-02-92169-CNRS-a.

## Références

- [1] N. Emelyanov, J.-E. Arlot : Natural satellites ephemerides facility MULTI-SAT, *Astronomy and Astrophysics*, 2008 (accepté le 20 mai 2008).
- [2] N. Emelyanov, J.-E. Arlot : Présentation du serveur des éphémérides MULTI-SAT. *Dans ce bouquin...*, 2008.
- [3] J. D. Giorgini, D. K. Yeomans, A. B. Chamberlin et al. : JPL's On-Line Solar System Data Service. *BAAS*, 1996. V. 28. P. 1158.
- [4] N. V. Emelyanov : Ephemerides of the outer Jovian satellites, *Astronomy and Astrophysics*. 2005. V. 435, p. 1173-1179.
- [5] N. V. Emel'yanov, A.A. Kanter : Orbits of new outer planetary satellites based on observations, *Solar System Research*. 2005. V. 39. N. 2. P. 112-123.
- [6] N. V. Emelyanov : Updated ephemeris of Phoebe, ninth satellite of Saturn, *Astronomy and Astrophysics*, 2007. V. 473. P. 343-346.
- [7] R. A. Jacobson : The Orbits of the Outer Jovian Satellites, *Astron. J.*, 2000. V. 120, no. 5, p. 2679-2686.

- [8] M.V. Belikov : Methods of numerical integration with uniform and mean square approximation for solving problems of ephemeris astronomy and satellite geodesy, *Manuscripta geodaetica*, 1993. V. 18. P. 182-200.
- [9] E. Everhart : Implicit Single-Sequence Methods for Integrating Orbits, *Celestial Mechanics*, 1974. V. 10. P. 35-55.
- [10] V. A. Avdyushev, M. A. Banskchikova : Regions of possible motions for new Jovian satellites, *Solar System Research*, 2007. V. 41. P. 413-419.
- [11] R. A., Jacobson, P. G. Antreasian, J. J. Bordi, et al. : The Orbits of the Major Saturnian Satellites and the Gravity Field of the Saturnian System, *American Astronomical Society, DPS meeting #36, #15.02; Bulletin of the American Astronomical Society*, 2004. Vol. 36, p.1097.
- [12] Introduction aux éphémérides astronomiques. Supplément explicatif à la connaissance des temps. (eds. Simon J.-L., Chapront-Touze M., Morando B., Thuillot W.). 1997, Paris: BDL, 450 c.
- [13] N.V. Emelyanov : The mass of Himalia from the perturbations on other satellites, *Astronomy and Astrophysics*, 2005. V. 438. P. L33-L36.



# Année mondiale de l'astronomie ou Comment l'IMCCE participe à la valorisation de l'astronomie

S. Lemaître

## Introduction

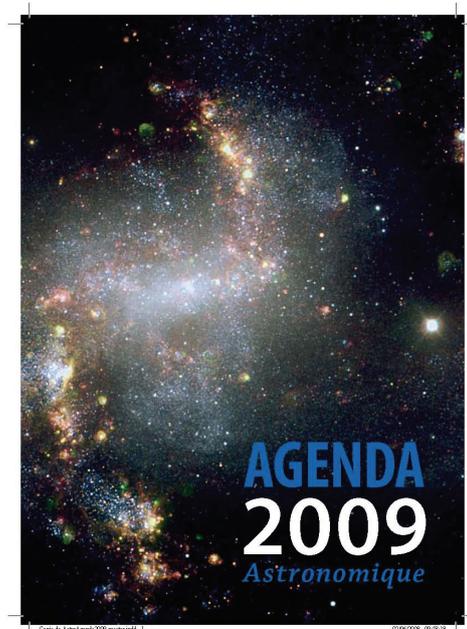
L'Union Astronomique Internationale a proclamé l'année 2009 « Année mondiale de l'astronomie ». L'objectif est de sensibiliser le public et en particulier la jeunesse, à l'astronomie par la (re)découverte de cet espace qui nous entoure. La communauté astronomique se mobilise pour intervenir à de nombreux niveaux par la mise en place de projets divers tels que ouvrages, brochures, expositions, conférences, observations. L'IMCCE apportera bien sûr sa contribution à travers divers projets, notamment éditoriaux, dont quelques-uns présentés ici ont reçu le label de l'Année mondiale de l'astronomie.

## 1. Agenda astronomique

### 2.1 *Agenda version française*

Cet agenda, devenu une publication annuelle de l'IMCCE, sera édité comme les autres années par EDP Sciences. Le partenariat habituellement établi avec l'un des départements de l'observatoire de Paris est provisoirement remplacé par un partenariat avec l'ESO dans le cadre de l'Année mondiale de l'astronomie. La diffusion restera française mais c'est toute l'astronomie européenne qui est mise en valeur par un choix de biographies d'astronomes européens, par la description des missions de l'ESO et par l'utilisation des images de l'ESO.

En contrepartie de cette large place faite à l'ESO dans cet agenda, le service de communication de l'ESO a pris en charge la réalisation de la maquette de fond de l'agenda.



**Fig. 1** : Première de couverture de l'Agenda astronomique 2009

### 2.2 *Agenda version européenne*

L'ESO s'est montré intéressé par notre agenda depuis plusieurs années déjà. Dans le cadre de l'Année mondiale de l'astronomie, entreprendre une action de communication à l'échelle européenne leur paraissait être une action valorisante. Nous leur avons donc proposé notre expertise pour les aider à réaliser une version anglaise de cet agenda avec les adaptations nécessaires pour une diffusion européenne.

Afin de ne pas multiplier les coûts, la maquette est la même que pour l'agenda français. Certains textes sont également communs : les biographies, définitions et phénomènes qui ne sont pas dépendants des lieux où l'on peut se trouver.

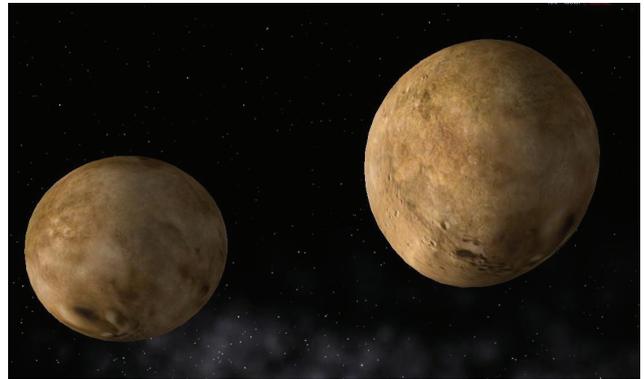
Cet ouvrage sera distribué par EDP Sciences comme l'agenda version française et le contrat est donc quadripartite puisque se trouvent impliqués l'IMCCE, l'Observatoire de Paris, l'ESO et EDP.

## 2. Astéroïdes binaires

Ceci est un projet de livre dont les auteurs sont P. Descamps, J. Berthier, F. Marchis, F. Vachier. C'est un ouvrage de référence qui traitent tous les aspects de la question et fait le point sur les connaissances actuelles : historique, observation, dynamique, origine. Il est donc à destination d'un public averti mais la rédaction tente toutefois d'en faire un ouvrage accessible au plus grand nombre.

L'éditeur n'est pas encore choisi. Il s'agit d'un sujet relativement restreint et technique qui ne peut satisfaire n'importe quel éditeur. Cet ouvrage ne doit pas se trouver isolé dans un catalogue d'ouvrages dont les lecteurs sont trop éloignés d'un livre de ce type. Il faut au contraire que cet ouvrage trouve sa place dans un catalogue comprenant des sujets scientifiques et techniques assez pointus.

Cet ouvrage n'a pas d'équivalent sur le marché, ni en langue française ni en langue anglaise. Il est donc envisagé d'en faire une version anglaise.



## 3. Les calendriers

Ce projet est aussi une proposition d'ouvrage dont l'auteur est P. Rocher. Comme l'ouvrage sur les astéroïdes, il tente de rassembler toutes les connaissances sur les différents calendriers astronomiques, leur histoire, leurs caractéristiques. Cet ouvrage nécessite de rassembler de nombreuses informations et surtout d'en vérifier la validité.

L'ouvrage s'adresse à un public cultivé qui s'intéresse déjà au sujet et souhaite avoir toutes les informations réunies en un seul tome. L'éditeur n'est pas choisi là non plus.

## 4. Télescope au collège

Ce projet est porté par P. Descamps, auquel s'ajoute J. Berthier et F. Vachier. Il s'agit de parrainer des classes de collège et de mettre en place avec un ou plusieurs professeurs, des interventions qui s'insèrent dans le cadre du programme d'une matière. L'objectif est à la fois pédagogique et ludique : suivre une réflexion scientifique, en comprendre l'intérêt, appliquer et agir concrètement en s'initiant à des séances d'observations possibles sur place grâce à un télescope mobile.

Ce projet doit permettre de mettre l'astronomie à la portée d'un public difficilement accessible et pourtant intéressé et réceptif mais qui par ailleurs n'aurait pas accès à ces connaissances et à ces moyens.

Une expérimentation à l'école primaire a été faite en 2008 avec une initiation théorique dans toutes les classes d'une école élémentaire, du CP au CM2. La présentation était adaptée au niveau de chaque classe : cela a été optimisé par ma collaboration à ce projet en tant qu'observateur dans les classes afin de détecter les explications trop ardues ou les concepts insuffisamment développés.



Malheureusement et malgré 3 tentatives, les conditions météorologiques ne nous ont pas permis de faire l'initiation à l'observation. L'accueil des élèves et des enseignants a été excellent.

Parallèlement, nous tentons d'élaborer les supports pédagogiques nécessaires et adaptés qu'il s'agisse de matériel, de logiciel ou de supports écrits.

## **5. Les publications annuelles de l'IMCCE**

La Connaissance des temps et le Guide de données astronomiques ont également reçus le label AMA09. Outre les actualisations pour l'année 2009, un article sur l'Année mondiale de l'astronomie a été intégré dans chaque ouvrage.

## **6. Les retombées de l'astronomie dans la société**

Ceci est un projet de brochure d'une cinquantaine de page pour expliquer quelles sont les retombées de l'astronomie dans la société et quels sont les services d'utilité publique que peut rendre la communauté astronomique par ses connaissances. J.-E. Arlot est responsable de ce projet qui est mené en partenariat avec d'autres départements de l'Observatoire.

## **Conclusion**

L'IMCCE est un établissement de petite taille mais qui a une production importante de projets éditoriaux. L'offre est très diversifiée, allant du professionnel au très grand public. Ces projets, coordonnés par le service édition, sont possibles grâce à la volonté et la disponibilité des chercheurs qui trouvent le temps d'apporter leur participation, en plus de leurs travaux de recherche.

Le service édition est toujours à l'écoute des suggestions et disponible pour la réalisation de nouveaux projets.



## La Bibliothèque de 2006 à 2008

Thérèse Derouazi

### Description et fonctionnement

Notre bibliothèque contient 350 mètres linéaires de rayonnage contenant 10 000 volumes et 500 périodiques. Cette bibliothèque peut accueillir jusqu'à 7 lecteurs. Le nombre de monographies déjà traitées, informatisées et cataloguées dans le SUDOC (Système Universitaire de documentation) se monte à 1600 exemplaires. Nous sommes abonnés en 2008 à 21 périodiques y compris les revues informatiques. Entre 2006 et 2008, nous avons acquis en achat et dons 200 monographies. En 2008, transfert des ouvrages informatiques dans la bibliothèque.

Un PC est à la disposition des lecteurs et du personnel responsable de la bibliothèque (Th. Derouazi, A. Albouy, D. Hestroffer). Celui-ci nous permet d'accéder aux sites suivants : l'OPAC, site interne à l'Observatoire et celui du SUDOC ; possibilité d'exemplarisation des notices dans le SUDOC.

### 1. Fonctionnement

La bibliothèque fonctionne normalement depuis sa mise en place (entre 1998 et 2000). Annexe de la bibliothèque de l'Observatoire de Paris/Meudon, elle se distingue de celle-ci sur deux points :

- Sa composition : Système solaire, mécanique céleste, Mathématiques. On peut trouver un fond en informatique hors-Sudoc.
- Elle est exclue du prêt inter-bibliothèque. Seuls les membres de L'IMCCE et du SYRTE (responsable : S. Bouquillon) peuvent emprunter les ouvrages. Les autres utilisateurs peuvent consulter sur place.
- Nos périodiques sont également en ligne sur le réseau de la bibliothèque de l'Observatoire et *Biblioplanet (CNRS)*

#### 1.1 Prêt

Le système de prêt consiste à insérer une fiche fantôme à la place du livre emprunté avec ses références et le nom de l'emprunteur. Nous demandons de remplir également un livre d'emprunt sur le présentoir de la bibliothèque.

Nous sommes en train de mettre en place une petite base de données contenant la liste de nos ouvrages en réseau interne pour en faciliter le contenu et l'emprunt. Contrairement à ce que l'on pourrait croire, Ce fichier ne fait pas double emploi avec les listes du SUDOC et de l'OPAC, car, nous utilisons simultanément l'enregistrement sur le cahier d'inventaire et sur ce fichier excel, au fur et à mesure de nos acquisitions.

#### 1.2 Catalogage de nos livres sur réseaux

Dès notre fusion avec la bibliothèque de Paris, notre fond a été catalogué par Natalia Casvigny qui a traité 1500 ouvrages dans le SUDOC.

Différence entre catalogage et exemplarisation :

- Les bibliothécaires de l'Observatoire de Paris/Meudon cataloguent les notices (fiches descriptives des ouvrages) dans le SUDOC, puis ces notices sont rebasculées sur l'OPAC.
- L'exemplarisation consiste à rajouter dans la notice l'exemplaire que nous avons acquis dans notre bibliothèque pendant l'année en cours.

En 2007, après avoir suivi une formation auprès des catalogueuses de l'Observatoire de Paris, j'ai procédé à l'exemplarisation de nos notices sur un logiciel spécifique prêté gracieusement par l'Observatoire de Paris.

À la fin de l'année 2007, nous nous sommes réunis, Alain, Daniel et moi-même pour faire le point sur l'année finissante et prévoir le budget de 2008. Ayant encore beaucoup d'ouvrages à traiter, nous avons décidé de continuer en 2008 l'exemplarisation sur ce logiciel (WinIBEW30) avec obtention d'une licence (coût 500 € environ) en rognant sur une partie du budget (reliure).

## **2. Problèmes rencontrés**

Comme tout service de fonctionnement, nous rencontrons des problèmes ponctuels mais je vais surtout vous parler des problèmes récurrents spécifiques aux bibliothèques.

### *2.1 Rangement en rayon*

Problème de rangement sur nos rayons : il faut prévoir sur chaque rangée un espace vide, en prévision des achats de l'année en cours ou des dons afin de pouvoir ranger les monographies selon leurs matières.

### *2.2 Les doublons*

Nous possédons de nombreux exemplaires de nos propres éphémérides et Connaissance des temps (surtout au sous-sol). Il faudrait s'en débarrasser pour faire de la place et, dans un deuxième temps, rassembler tout ce qui appartient à notre bibliothèque dans un espace qui lui sera propre.

### *2.3 La place*

Le volume linéaire de notre bibliothèque étant en extension permanente, nous devons envisager la suppression à un moment donné de l'abonnement papier de certains des périodiques, en conservant un abonnement électronique.

### *2.4 Réduction de notre budget*

Depuis quelques années, nous subissons régulièrement des baisses de crédits alors que le coût de la vie augmente, ce qui nous amène à faire des sacrifices. Ainsi par exemple après avoir effectué une enquête auprès du personnel de l'IMCCE, en prévision de supprimer certaines revues comme « Icarus », par exemple (1300 € environ).

Nous nous sommes trouvé devant un dilemme : la plupart de nos lecteurs estimait cette revue « papier » indispensable pour leur travail. Mme Bobis nous a suggéré de passer par le CNRS pour pouvoir continuer à recevoir cette revue avec un coût divisé par quatre.

Par ailleurs, nous avons décidé de supprimer « Earth, Moon and Planets », dont les retards et le prix nous posaient plus de problèmes que l'intérêt même de ses articles.

### *2.5 Reliure*

Nous avons décidé en 2008 de nous adresser à deux relieurs différents afin de faire jouer la concurrence selon les directives de nos ministères de tutelle (CNRS et Enseignement supérieur). La reliure de nos périodiques a pris du retard à la fin des années 90, retard qui s'accumule d'année en année. C'est une tâche indispensable pour éviter la perte des fascicules de nos collections des années passées, mais avec les problèmes budgétaires que nous rencontrons chaque année, nous ne pouvons y remédier.

### **3. Prospectives et Avenir**

Il nous reste de nombreuses tâches à effectuer : récollement (inventaire physique) de nos périodiques ; aide en personnel (nous allons avoir un CDD de 4 mois à partir de juillet dont le profil a été défini par l'Observatoire de Paris).

Il faut envisager mon remplacement, car mon départ à la retraite se profile à l'horizon.

### **Conclusion**

J'insisterai sur le fait que nous travaillons en partenariat avec la bibliothèque de l'Observatoire, partenariat sans lequel, sans doute, le fonctionnement et la mise en place de notre bibliothèque n'aurait pas la qualité qu'elle a requit ces dernières années.

Le SUDOC est une base de donnée puissante, il est à la portée des internautes désirant se procurer des livres dans les bibliothèques universitaires dont celle de l'Observatoire de Paris.

Le travail en bibliothèque est un perpétuel recommencement : je pourrai le comparer au mythe de Sisyphe : acquisition des ouvrages, enregistrements sur les différents catalogues, dont un sur réseau, puis mise en place en rayon en fonction du sujet qu'ils traitent, et ainsi de suite.



# Informations sur l'Hygiène et la Sécurité

L. Touchet, M. Martinez

## Introduction

Les dispositions relatives aux règles d'hygiène et de sécurité à observer sur les lieux de travail s'inscrivent dans un cadre législatif et réglementaire. Il en sera présenté les textes principaux ainsi que les dispositions mises en place à l'IMCCE. Seront ensuite abordées deux situations d'urgence : l'appel des secours et l'évacuation du bâtiment A.

## 1. Le contexte législatif et les dispositions mises en place à l'IMCCE

### 1.1 *Le contexte législatif*

Un bref rappel historique :

- 1841 : loi fixant la durée de travail des enfants dans les ateliers (à 12h pour les enfants de 12 à 16 ans et à 8h pour les enfants de 8 à 12 ans),
- 1893 : loi posant les normes d'hygiène et de sécurité au travail,
- 1898 : loi sur les accidents de travail,
- 1910 : code du travail,
- 1928 : loi instituant les assurances sociales,
- 1946 : loi instituant la médecine du travail.

Les principaux textes en vigueur sont actuellement :

- la directive européenne 89-391 du 12/06/1989,
- le décret du 28 mai 1982 relatif à l'hygiène et à la sécurité du travail ainsi qu'à la prévention médicale dans la fonction publique,
- le décret du 9 mai 1995, évolution du décret de 1982 qui renforce la responsabilité des chefs de service et accentue le rôle des ACO, et
- le décret du 5 novembre 2001 qui met en place un document unique relatif à l'évaluation des risques pour la santé et la sécurité.

Ces décrets sont intégrés dans le code du travail (Article L 230-2).

Par ailleurs, le code du travail pose des principes généraux de prévention (Art. L.230-2) :

« Le chef d'établissement prend les mesures nécessaires pour assurer la sécurité et protéger la santé physique et mentale des travailleurs de l'établissement. Ces mesures comprennent des actions de prévention des risques professionnels, d'information et de formation ainsi que la mise en place d'une organisation et de moyens adaptés ».

« Le chef d'établissement met en œuvre les mesures prévues ci-dessus sur la base des principes généraux de prévention suivants : éviter les risques, évaluer les risques qui ne peuvent pas être évités, combattre des risques à la source, adapter le travail à l'homme, tenir compte de l'état d'évolution de la technique ... ».

### 1.2 *Les dispositions mises en place à l'IMCCE*

Deux registres sont à la disposition du personnel de l'IMCCE :

- un registre Hygiène et Sécurité, pour consigner des remarques, suggestions ou problèmes liés à l'hygiène et la sécurité est disponible à la gestion, bureau 303

- un registre spécial, pour signaler les dangers graves et imminents - dangers susceptibles de provoquer la mort, la maladie ou une incapacité dans un avenir très proche voire immédiat - est disponible au Bureau logistique du bâtiment Perrault.

Un document unique - document d'évaluation des risques professionnels - a été constitué en 2003 et mis à jour début 2008. Les principaux risques identifiés dans le document unique de l'IMCCE sont, par ordre de priorité :

- l'escalier de secours : l'escalier actuel s'arrête au niveau du second étage
- dans le couloir du 2nd étage : la position ouverte de la porte de l'escalier de secours obstrue la sortie du bureau adjacent
- les deux ascenseurs du bâtiment A ne fonctionnent pas de manière satisfaisante : pannes, blocages, décalages de niveau entre le sol et l'ascenseur
- le système d'éclairage de l'escalier de secours : la minuterie est de trop courte durée et les interrupteurs ne sont pas éclairés
- au second étage les blocs lumineux « sortie de secours » sont mal positionnés.

La liste complète des risques identifiés est consultable dans le document unique.

Un autre type de risque est également présent à l'IMCCE, il s'agit du risque lié aux missions en altitude ou aux missions dans des « pays à risque » effectuées par les membres du personnel. Pour prévenir les risques liés aux missions en altitude, il est demandé aux membres du personnel effectuant ce type de missions de consulter régulièrement les médecins de prévention : le Dr HOANG pour l'Observatoire - Tel : 01 45 07 74 63 et le Dr DESCHAMPS pour le CNRS - Tel : 01 45 07 52 55. La lecture du Guide du travail en haute altitude est également indiquée. Pour prévenir les risques liés aux missions menées dans les pays identifiés comme « pays à risque », il est demandé de prévenir et consulter les médecins de prévention avant chaque mission dans un pays à risque ainsi que de consulter les sites Internet du CNRS : <https://dri-dae.cnrs-dir.fr/spip.php?article33> et du Ministère des Affaires Étrangères : [http://www.diplomatie.gouv.fr/fr/conseils-aux-voyageurs\\_909/index.html](http://www.diplomatie.gouv.fr/fr/conseils-aux-voyageurs_909/index.html).

Deux sauveteurs secouristes du travail - dont le rôle est d'intervenir en cas d'accident, de malaise - sont présents à l'IMCCE, il s'agit de Maryse Martinez et de Luc Touchet. Vous pouvez contacter également Thérèse Derouazi et Christian Ruatti qui ont suivi une formation de secouriste du travail.

Une armoire à pharmacie est installée au 2nd étage pour les blessures légères. Pour y avoir accès vous pouvez vous adresser à William Thuillot, Maryse Martinez, Isabelle Nicolas, Philippe Duhamel ou Luc Touchet. Une clé supplémentaire est stockée dans le coffre.

Les personnes formées à l'utilisation des extincteurs sont Maryse Martinez, Christian Ruatti et Luc Touchet.

## **2. Les situations d'urgence**

### *2.1 L'appel des secours*

Une procédure d'appel des secours a été mise en place au niveau de l'Observatoire de Paris :

- la personne qui souhaite prévenir les secours compose le n° 18 en interne, ce numéro permet de joindre le poste de garde du 77 av Denfert-Rochereau,
- le gardien appelle les secours.

#### *Pourquoi ne pas appeler directement les secours ?*

C'est une question d'efficacité : en général les secours arrivent vite à l'accueil de l'Observatoire mais perdent du temps à localiser l'endroit de l'accident. Le gardien, prévenu du lieu de l'accident, pourra efficacement orienter les secours dans les bâtiments.

*Un numéro d'urgence complémentaire :*

Il s'agit de composer le 112 pour appeler les services de secours en interconnexion (0+112 depuis un poste fixe). Ce numéro fonctionne partout en Europe ainsi que sur tous les portables même sans code d'accès.

## *2. 2. L'évacuation du bâtiment A*

Le signal de l'évacuation du bâtiment est donné par l'alarme. Il n'y a qu'un seul type de signal d'alarme et ce signal correspond toujours à l'évacuation du bâtiment.

*Quelques informations sur ce qu'il convient de faire lorsque l'on entend l'alarme :*

- arrêter son travail
- fermer la fenêtre de son bureau
- fermer la porte de son bureau en sortant (mais pas à clé)
- sortir du bâtiment par l'escalier principal
- se rassembler devant le kiosque Chateaubriand (en face de la cantine).

*Les guides d'évacuation du bâtiment A pour l'IMCCE sont :*

- 1er étage : Christian Ruatti
- 2nd étage : Philippe Duhamel
- 3eme étage : Maryse Martinez ou Luc Touchet
- 5eme étage : Mickael Gastineau ou Luc Touchet

Les guides d'évacuation interviennent en complément de l'alarme sonore ; ils informent et vérifient l'évacuation de leurs secteurs et sortent en dernier de leurs étages. Ils rejoignent ensuite le point de rassemblement pour informer le responsable d'évacuation de la situation dans leurs secteurs.

Deux éléments sont particulièrement importants du point de vue de la sécurité lors de l'évacuation d'un bâtiment :

- ne pas prendre l'ascenseur pendant une évacuation
- ne pas remonter dans le bâtiment un fois l'évacuation commencée.

## **Conclusion**

Des affichages sont présents à chaque étage pour indiquer les noms des secouristes du travail, des guides d'évacuation du bâtiment et des personnes formées à la manipulation des extincteurs. Un appel aux volontaires est lancé pour devenir secouriste du travail. La formation s'effectue sur trois jours lors de la première année puis sur un jour les années suivantes. Les volontaires pour suivre une formation à la manipulation des extincteurs sont également les bienvenus.



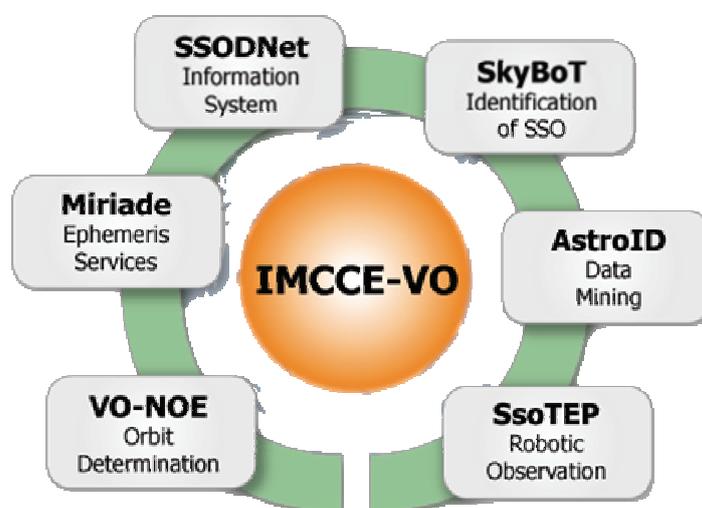
## Projet Observatoire Virtuel de l'IMCCE

J. Berthier, F. Vachier, W. Thuillot, V. Lainey

### Introduction

L'Observatoire Virtuel est un projet international qui a vu le jour en 1999. Son objectif est de permettre aux astronomes de relier entre elles les banques de données d'observation, les images multilongueur d'onde, de même que les codes de calcul et de simulation scientifiques. Pour atteindre cet objectif, et permettre à tous les acteurs de l'astronomie d'y contribuer, le projet est structuré autour d'une alliance internationale, l'IVOA (International Virtual Observatory Alliance) [1]. Cette alliance est composée, en 2008, de 18 partenaires représentant les projets nationaux et transnationaux. En Europe, le projet est soutenu par la Commission Européenne de la recherche et est conduit par la structure EURO-VO [2], dont les principaux acteurs sont l'European Southern Observatory (ESO), l'European Space Agency (ESA), l'Institut National des Sciences de l'Univers (INSU, France), l'Istituto Nazionale di Astrofisica (INAF, Italie), l'Instituto Nacional de Tecnica Aeroespacial (INTA, Espagne), le Nederlandse Onderzoekschool voor Astronomie (Pays-Bas), le Particle Physics and Astronomy Research Council (UK) et le Rat Deutscher Sternwarten (Allemagne).

C'est dans ce cadre que le projet IMCCE-VO a vu le jour avec l'ambition de mettre à la disposition de l'Observatoire Virtuel (et donc de la communauté astronomique) ses connaissances et son expertise concernant la dynamique et la physique des corps du système solaire. La première étape du projet a consisté, en 2003, à réaliser une interconnexion entre VizieR (CDS) et le service de calcul d'éphémérides de position des astéroïdes de l'IMCCE. En 2004, le projet IMCCE-VO a débuté avec le développement d'outils et de services inter opérables dédiés au petits corps du système solaire pour l'Observatoire Virtuel. Le projet aboutira, en 2010, avec l'ouverture d'un portail Observatoire Virtuel dédié au système solaire. La figure 1 présente les grands axes qui composent le portail système solaire IMCCE-VO [3].



**Fig. 1** : Architecture du projet IMCCE-VO présentant les composantes principales du portail OV Système Solaire

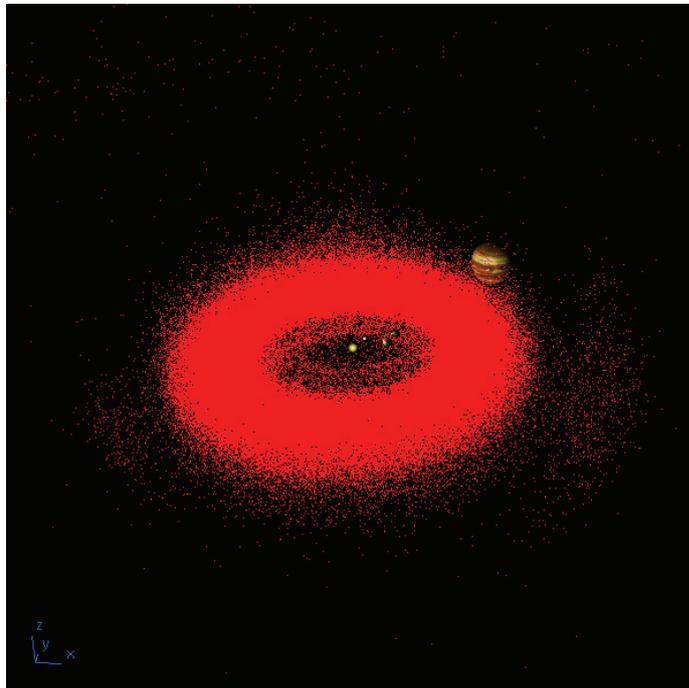
L'excellence de la recherche scientifique de l'IMCCE, reconnue internationalement, a fait du laboratoire un acteur majeur du développement des activités liées à la dynamique du système solaire dans l'Observatoire Virtuel. Le projet IMCCE-VO est ainsi devenu l'un des projets les plus importants dans ce domaine, et les services et outils mis à la disposition de la communauté reçoivent d'ores et déjà une audience très forte.

## 1. SSODNet, le système d'information

A ce jour, de très grandes quantités de données et d'informations concernant les corps du système solaire sont disponibles à travers Internet et les très nombreuses ressources mises à la disposition de tout à chacun par les organismes et les équipes scientifiques. Néanmoins, cette information est extrêmement disséminée à travers le réseau mondial et il est très souvent long et fastidieux de trouver un ensemble d'informations concernant un corps donné. Le système d'information dédié aux corps du système solaire, dénommé Solar System Object Database Network (SSODNet), est une réponse à ce paradigme. Il a pour objectif de proposer une interconnexion entre les banques de données et de connaissance des corps du système solaire afin d'offrir un moyen unique de rechercher et extraire les informations recherchées. Pour cela, il s'appuie sur les protocoles et standard recommandés par l'IVOA pour garantir l'interopérabilité des informations. En outre, ce système d'information offre à la communauté un moteur de reconnaissance de nom des corps du système solaire (*resolver*), à l'instar du système Sesame du CDS exploité par de très nombreux services pour identifier tous les corps céleste à l'exception des corps du système solaire. Une fois interconnecté avec Sesame, le moteur de reconnaissance de nom de SSODNet apportera à la communauté internationale un service inexistant à ce jour.

## 2. SkyBoT, le moteur de recherche

Le projet IMCCE-VO a débuté, en 2004, avec le développement de ce service, Sky Body Tracker (SkyBoT), de recherche des corps du système solaire sur la sphère céleste. Son objectif est de répondre rapidement et efficacement à la question suivante : quels sont les corps du système solaire présents dans un champ de vue quelconque de la sphère céleste à une époque donnée ? En apparence simple, cette question soulève en pratique un problème difficile. Avec plus de 400 000 objets connus à ce jour, il n'est pas évident, ni instantané, de connaître la position de tous ces corps mobiles sur la sphère céleste. Pour résoudre ce problème, nous avons conçu et mis en oeuvre une méthode originale de modélisation de la sphère céleste dans le temps et l'espace [4]. Cette méthode nous permet, en quelques dizaines de secondes tout au plus, de répondre à la question posée, avec toute la précision numérique imposée par les travaux scientifiques modernes. Le service s'appuie sur une base de données d'éphémérides pré-calculée qui est mise à jour en permanence pour introduire les corps nouvellement découverts et améliorer les orbites des autres. En outre, cette base de données offre la possibilité, unique en son genre, de pouvoir représenter un instantané en 3 dimensions du système solaire (Fig. 2).

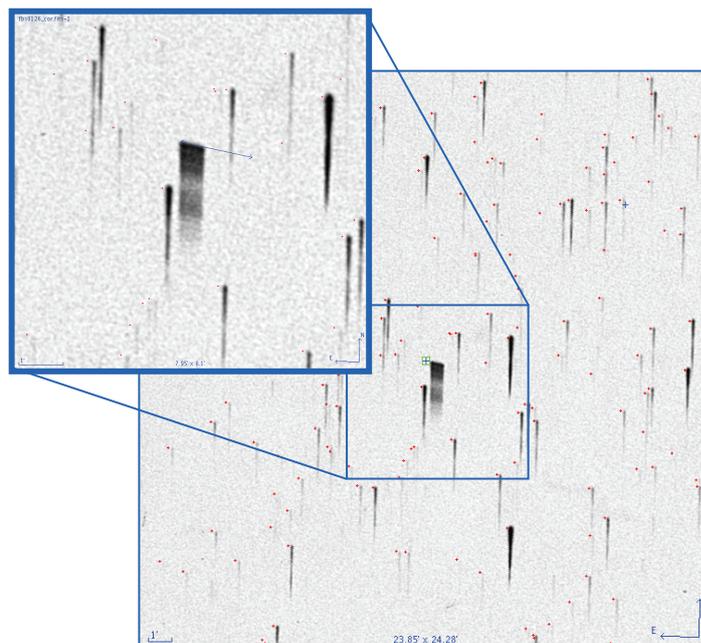


**Fig. 2 :** Représentation tri-dimensionnel du système solaire générée à partir de SkyBoT montrant les structures des astéroïdes troyens et de la ceinture principale.

Le service SkyBoT a été mis en production en janvier 2006 à travers le portail OV Aladin (CDS) et à travers un service Web et des formulaires d'interrogation sur le serveur Internet de l'IMCCE. Ce service a très rapidement reçu une audience considérable, et après 2 années d'existence, près de 2 millions de requêtes ont été traitées. Par exemple, le Space Telescope European Coordinating Facility (ST-ECF) a utilisé SkyBoT pour extraire toutes les observations des corps du système solaire dans l'ensemble des images acquises par le télescope spatial Hubble depuis sa mise en fonction [5]. L'ESO utilise également le service pour faire de même avec les archives d'images de ses télescopes. L'observatoire de Bucarest l'a aussi utilisé pour analyser et extraire les informations astrométriques et photométriques de ses archives. Enfin, le Harvard-Smithsonian Center For Astrophysics exploitera SkyBoT pour extraire les observations des corps du système solaire des 500 000 plaques photographiques qui composent l'archive du Harvard College Observatory qui couvre les hémisphères nord et sud entre 1885 et 1993 [6].

### 3. AstroId, la fouille d'archives astronomiques

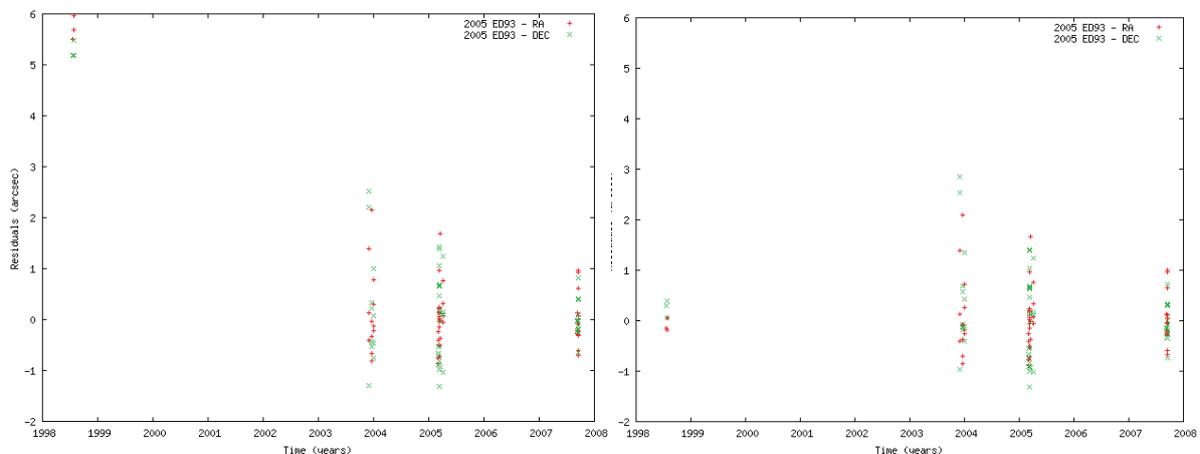
Depuis l'avènement de la photographie à la fin XIX<sup>e</sup> siècle, les astronomes n'ont eu de cesse de photographier la sphère céleste afin d'en étudier tous les corps qui la constelle. Nous disposons ainsi d'une quantité très importante d'archives d'images astronomiques dont toute l'information n'a pas toujours été extraite. En particulier, les observations astrométriques et photométriques des petits corps du système solaire présents dans les images de ces archives n'ont, dans la plupart des cas, jamais été exploitées du fait de leur découverte tardive (seulement 20% des petits corps connus à ce jour l'était à la fin du XX<sup>e</sup> siècle), et du fait de l'inexistence d'outils adaptés pour réaliser cette tâche. Or il est évident que ces millions d'images d'archives recèlent un trésor inestimable d'informations pouvant contribuer à perfectionner les connaissances que nous avons des petits corps du système solaire. C'est dans cet objectif scientifique que nous avons entamé le développement d'un outil OV de fouille d'archives pour rechercher et identifier tous les corps du système solaire qu'elles contiennent. Cet outil, AstroId, qui utilise les capacités de SkyBoT pour rechercher les corps sur la sphère céleste, permet d'identifier les sources contenues dans les images parmi tous les corps du système céleste connus. A ce jour, nous avons utilisé cet outil pour fouiller le grand relevé DENIS (Deep Near Infrared Survey) [7] dans lequel nous avons extrait les positions de plus de 15000 astéroïdes parmi les 355 millions de sources contenues dans le relevé. En particulier, nous avons extrait des positions astrométriques de plus de 9000 astéroïdes, dont 176 astéroïdes géocroiseurs, datant d'avant leur découverte. Cette information astrométrique est très précieuse car elle permet d'améliorer considérablement la connaissance des orbites de ces corps, tout particulièrement celles des astéroïdes géocroiseur dont les risques de rencontre avec la Terre sont non négligeables. Nous avons également commencé l'analyse du relevé spectro-photographique FBS (First Byurakan Survey) [8] qui contient, dans ses 2180 plaques acquises entre 1965 et 1980, les spectres de plusieurs centaines d'astéroïdes (Fig. 3).



**Fig. 3** : Portion d'image du FBS et identification du spectre de l'astéroïde 104 Klymene.

#### 4. VO-NOE, la détermination des orbites

En complément d'AstroId, qui identifie les corps du système solaire, nous développons l'outil VO-NOE qui permet de déterminer les paramètres orbitaux de ces corps en combinant les positions extraites des archives et celles obtenues depuis leurs découvertes et mises à disposition par le Minor Planet Centre. Cet outil s'appuie sur la méthode NOE développée initialement pour déterminer les paramètres orbitaux des satellites de Mars à partir des observations de la sonde européenne Mars Express [9]. Cette méthode, qui a été étendue à l'analyse des orbites des petits corps et qui intègre des fonctionnalités de la librairie Spice [10], permet la détermination précise et rigoureuse des éléments d'orbites de tous les petits corps du système solaire. Grâce à l'enchaînement des fonctionnalités de SkyboT, AstroId et VO-NOE, nous disposons d'un outil d'analyse performant qui ouvre des perspectives scientifiques nouvelles. En particulier, la fouille des grands relevés du passé tels que POSS I&II, ESO-R, SRCJ, DENIS, EROS, pour n'en citer que quelques uns, permettra, à terme, d'améliorer de manière significative la précision des orbites des astéroïdes nouvellement découverts, en particulier des géocroiseurs. A titre d'exemple, la figure 4 présente un des premiers résultats que nous avons obtenu avec les positions astrométriques de l'astéroïde 2005 ED93 extraites de DENIS.



**Fig. 4 :** Amélioration des paramètres orbitaux de l'astéroïde 2005 ED93. La figure de gauche montre les écarts entre les éphémérides calculées et les observations avant ajustement de l'orbite ; la figure de droite montre ces mêmes écarts après ajustement par VO-NOE.

La figure 4 montre clairement la contribution apportée par une observation de pré-découverte (1998) combinée avec les observations postérieures à la découverte (2004). Dans ce cas précis, l'amélioration apportée à l'orbite permet de diviser par 2 les écarts entre les positions observées et calculées sur une période de 6 ans dans le passé, soit au moins autant dans le futur.

#### 5. Miriade, le générateur d'éphémérides planétaires

Une des activités majeures de l'IMCCE est la production et la diffusion d'éphémérides planétaires, à destination des professionnels de l'astronomie et du public. Depuis les années 1990, l'IMCCE diffuse des éphémérides électroniques via son portail Internet [11]. Avec Miriade, une nouvelle génération de service de diffusion électronique des éphémérides est en train d'être mise en place. En intégrant la couche d'interopérabilité de l'Observatoire Virtuel, le service Miriade permettra aux astronomes de disposer des éphémérides planétaires de l'IMCCE « sur leur bureau », totalement intégrées à leurs outils de recherche. A ce jour, le service Miriade permet de calculer les éphémérides de position et les éphémérides physiques de tous les corps connus du système solaire, ainsi que les heures de lever et de coucher des planètes. A terme, d'autres fonctionnalités seront ajoutées. La figure 5 illustre les capacités et les fonctionnalités de Miriade à travers le portail Aladin. On y voit les représentations graphiques des éphémérides physiques des astéroïdes Antiope (astéroïde double), Kleopatra et Eros, ainsi que la superposition de l'aspect apparent de la Lune sur une image de la sphère céleste.

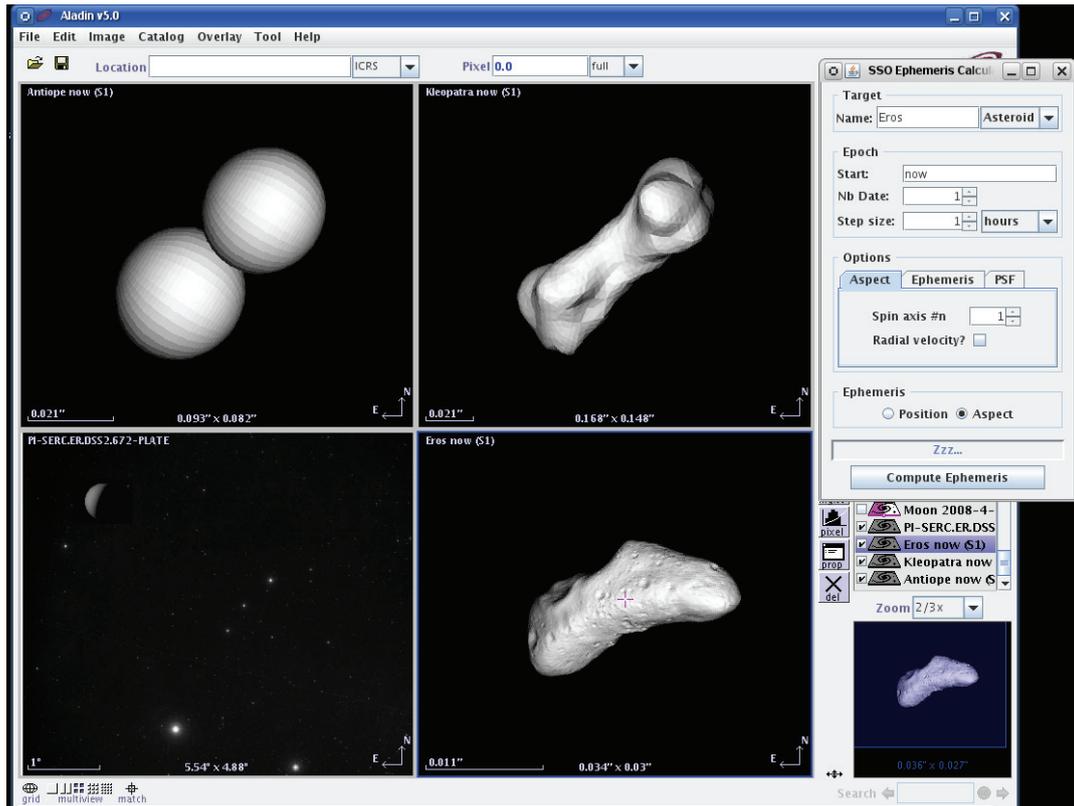


Fig. 5 : Générateur d'éphémérides de position et d'éphémérides physiques de l'IMCCE implanté dans le portail OV Aladin grâce à l'interopérabilité des services

## 6. SsoTEP, le robot de dissémination des observations planétaires

Pour nourrir ses nombreux thèmes de recherche scientifique, l'IMCCE réalise et organise de nombreuses campagnes d'observations internationales, telles que les campagnes d'observation des phénomènes mutuels des satellites naturels ou des astéroïdes binaires ainsi que les campagnes d'observation astrométrique et photométrique des corps du système solaire (planètes, satellites, astéroïdes, comètes et météoroïdes). L'organisation de ces campagnes implique la mise en place de systèmes de diffusion efficaces pour véhiculer les informations nécessaires à la réalisation des observations par plusieurs dizaines de personnes à travers le monde. Avec l'avènement des réseaux de télescopes robotiques, ces systèmes de diffusion doivent être rendus plus automatiques et pertinents afin de bénéficier de la puissance d'observation qu'ils offrent. Le robot de dissémination des prédictions d'observations planétaires, SsoTEP (Solar System Object Transient Event Provider), apporte en cela une réponse. Basé sur le standard VOEvent de l'Observatoire Virtuel, il permet la diffusion de messages simples et exhaustifs quant à la caractérisation des observations à réaliser. Il permet également aux observateurs intéressés et aux télescopes robotiques de recevoir directement et en temps réel les prédictions des observations à réaliser. La figure 6 montre un aperçu des fonctionnalités du robot SsoTEP à travers la prédiction des observations de phénomènes mutuels dans le système astéroïdal 90 Antiope lors de la campagne 2007-2008.

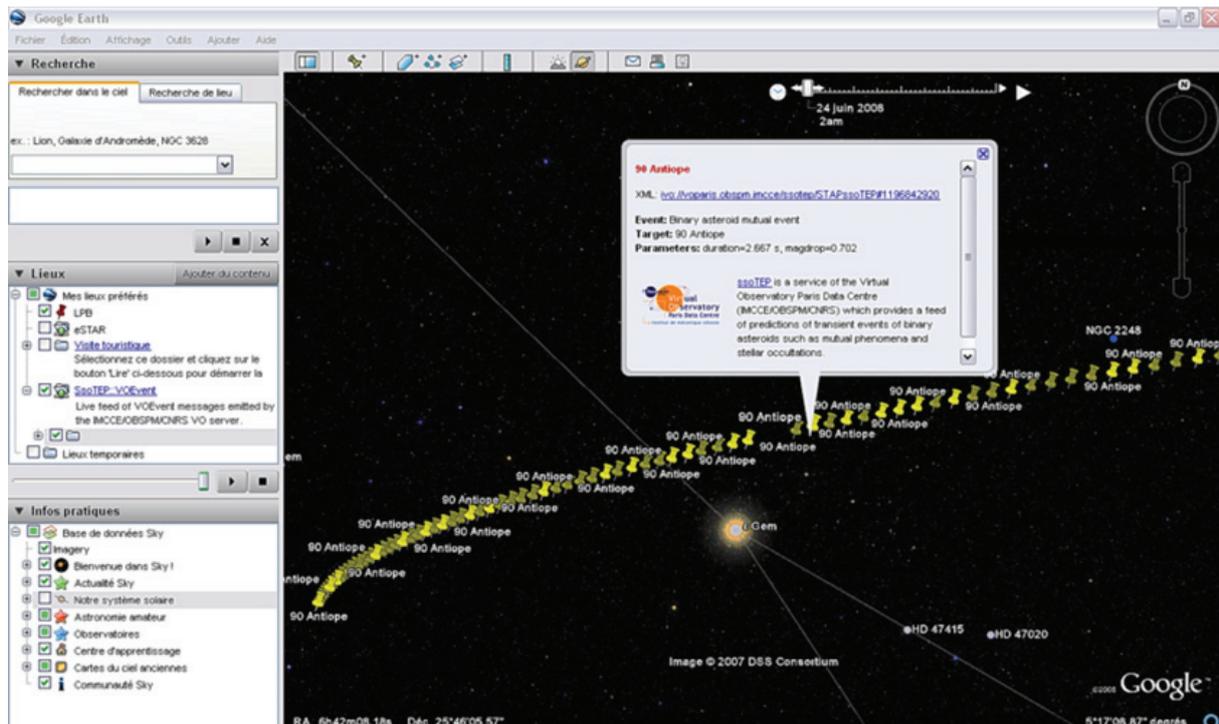


Fig. 7 : Visualisation graphique dans Google Earth de la campagne d'observation 2007-2008 des phénomènes mutuels de l'astéroïde double 90 Antiope via le service SsoTEP

## Références

- [1] International Virtual Observatory Alliance, <http://ivoa.net/>
- [2] EURO-VO, <http://euro-vo.org/>
- [3] IMCCE-VO Solar System Portal, <http://vo.imcce.fr/>
- [4] J. Berthier, F. Vachier, W. Thuillot, P. Fernique, F. Ochsenbein, F. Genova, V. Lainey, J.-E. Arlot, SkyBoT, a new VO service to identify Solar System objects, *Astronomical Data Analysis Software and Systems XV*, 351, 2006
- [5] HST observations of solar bodies, <http://archive.eso.org/archive/hst/solarbodies/>
- [6] The Harvard College Observatory Astronomical Plate Stacks, <http://tdc-www.harvard.edu/plates/>
- [7] Deep Near Infrared Survey of the southern sky, <http://www-denis.iap.fr/>
- [8] The Digitized First Byurakan Survey, <http://byurakan.phys.uniroma1.it/>
- [9] V. Lainey, V. Dehant, M. Pätzold, First numerical ephemerides of the Martian moons, *Astronomy and Astrophysics*, 465, 2007
- [10] The Planetary Science Division's Ancillary Information System, <http://naif.jpl.nasa.gov/naif/>
- [11] Portail Internet de l'IMCCE, <http://www.imcce.fr/>

# Présentation du serveur des éphémérides MULTI-SAT

N. Emelyanov, J.-E. Arlot

## Introduction

Le but de notre travail était d'élaborer les éphémérides de tous les satellites naturels, fondées sur toutes les observations disponibles jusqu'ici, et aisément accessibles à tout utilisateur par Internet. Un logiciel d'éphémérides des satellites naturels a été créé et s'est développé depuis 1995 dans le département de mécanique céleste de l'institut astronomique de Sternberg (SAI), Université de Moscou. Sur la base ce logiciel nous avons décidé de développer un serveur fournissant sur les pages Web via Internet de nombreux services concernant les éphémérides des satellites naturels. A partir d'une version expérimentale sur le serveur Web du SAI il est devenu maintenant le serveur d'éphémérides des satellites naturels des planètes MULTI-SAT situé sur les pages Web de l'Institut de Mécanique Céleste et de Calcul des Ephémérides (IMCCE) et du SAI et entretenu en collaboration par l'IMCCE, Paris, France et SAI, Université de Moscou, Russie.

Le but de cette communication est de présenter et démontrer les possibilités les plus intéressantes du serveur MULTI-SAT, utiles pour la production des éphémérides de tous les satellites naturels à l'IMCCE. Une description plus détaillée se trouve dans notre publication [1].

## 1. Les modèles de mouvement et les théories utilisées

Le serveur MULTI-SAT fournit les éphémérides de tous les 166 satellites naturels connus au 5 mai 2008. Le logiciel de calcul des éphémérides est fondé sur les théories du mouvement des satellites des planètes. Les méthodes de calcul sont diverses. Pour chaque satellite on a choisi le modèle du mouvement le plus exact mais parfois nous offrons la possibilité du choix entre plusieurs modèles. Nous utilisons des théories analytiques du mouvement et aussi une théorie synthétique pour calculer les éphémérides de satellites principaux. Pour la plupart satellites intérieurs nous utilisons les modèles du mouvement originaux suffisamment précis, fondés sur une ellipse képlérienne précédente. Pour tous les satellites planétaires lointains, on emploie des modèles numériques originaux du mouvement qui sont basés sur toutes les observations existantes dans la base de données NSDC lors de sa dernière mise à jour [2]. Pour d'autres satellites les modèles théoriques du mouvement sont pris dans les publications aussi récentes que possible. La liste complète des théories et modèles du mouvement réalisés pour chaque satellite dans le serveur MULTI-SAT est accessible sur les pages explicatives « Guides » et « Sources ». Les théories planétaires sont bien sûr nécessaires pour les calculs des éphémérides. Nous proposons au choix : INPOP, DE405/LE405, VSOP87, DE200.

## 2. La fonction « tables » du serveur MULTI-SAT et la diversité des coordonnées

Le serveur MULTI-SAT fournit les éphémérides des satellites naturels sous forme de tables. C'est le cas des éphémérides classiques tabulées pas à pas où l'utilisateur peut fixer une date initiale, un pas et le nombre de dates désirées. Le serveur propose une grande diversité de types de coordonnées de satellite en sortie : géocentriques ou topocentriques (angulaires), planétocentriques rectangulaires ou angulaires, absolues (ascension droite et déclinaison) ou relatives par rapport à la planète ou à un autre satellite, différentielles ou tangentielles. En outre les éléments de l'orbite képlérienne osculatrice peuvent être calculés dans le système géo-équatoriale, géo-écliptique ou planéto-équatoriale.

Le serveur offre certaines fonctions spéciales que nous voudrions souligner ici. Une fois les éléments de l'orbite képlérienne osculatrice calculés, le serveur ajoute en sortie les valeurs minimale, maximale et moyenne des éléments sur la période demandée. L'angle de position de l'axe apparent de la planète est calculé ainsi que les coordonnées de satellites par rapport de cet axe. On peut demander les calculs des coordonnées angulaires héliocentriques d'un satellite par rapport à un autre. Ces calculs prennent en considération le temps de la lumière entre les satellites et entre un satellite et un observateur sur la Terre pour la simulation de l'éclipse mutuelle de deux satellites. Les coordonnées angulaires planétocentriques du Soleil et de la Terre peuvent être calculées pour reproduire les circonstances de l'équinoxe sur la planète. Les coordonnées topocentriques horizontales du satellite et du Soleil se calculent pour fournir pour un observateur des conditions d'observation. On donne aussi les valeurs de l'angle de phase, de la magnitude du satellite et de la distance angulaire topocentrique entre le

satellite et le Soleil. Enfin les composantes tangentielles et radiales de la vitesse **topocentrique (est-ce vrai ou est-ce géocentrique)** du satellite sont calculés ainsi que les composantes rectangulaires de la vitesse planétocentrique.

A la place d'un satellite l'utilisateur peut choisir la planète et ainsi le serveur MULTI-SAT offre aussi les éphémérides planétaires. Le serveur fait la différence entre le centre de la planète et le centre masse du système de la planète avec ses satellites. Donc on peut avoir les coordonnées planétocentriques ou apparentes du barycentre par rapport au centre de la planète.

Le serveur MULTI-SAT fait des transformations diverses entre les coordonnées astrométriques et apparentes ou entre les coordonnées astrométriques de plusieurs époques de l'équinoxe et de l'équateur moyens ou vrais. Cela peut se faire avec plusieurs modèles de précession et nutation. Les transformations entre les systèmes FK5 et FK4 ainsi que entre FK5 et ICRF sont appliquées.

### **3. Les calculs de « O-C » pour un fichier de dates et de positions**

Le serveur MULTI-SAT propose aux observateurs de mettre leurs données d'observation dans une fenêtre sur l'écran et d'obtenir avec un clic de la souris les écarts « O-C » par rapport à une des théories du mouvement du satellite considéré. Les coordonnées observées peuvent être d'un des types prévus par les éphémérides. Une fois les écarts « O-C » calculés, le serveur ajoute en sortie des paramètres statistiques de ces écarts (valeurs moyennes, "rms", ...).

Ainsi il est possible de comparer deux théories entre elles dans les coordonnées sphériques. Par exemple, utilisant la fonction « tables » du serveur MULTI-SAT on peut produire des observations artificielles d'un satellite avec une théorie choisie. Ces observations artificielles apparaissent dans une fenêtre sur l'écran. Mettons les dans le presse-papiers. Il faut alors basculer vers les calculs des « O-C », mettre les observations artificielles du presse-papiers dans la fenêtre et obtenir les écarts « O-C » avec une autre théorie du mouvement du satellite. Ce seront les écarts entre deux théories dans les coordonnées sphériques (géocentriques ou topocentriques).

A la place des observations on peut mettre dans la fenêtre une liste de dates données. Le serveur MULTI-SAT va produire les éphémérides pour les dates désirées.

### **4. Représentation graphique des configurations des systèmes de satellites**

Le serveur MULTI-SAT fournit la représentation graphique des configurations des systèmes de satellites pour des dates données. Avec un clic de souris on peut changer la représentation graphique pour une autre date avec un pas choisi. Il est possible de choisir l'échelle de l'image et le corps placé au centre de la fenêtre. Pour voir les coordonnées relatives et les magnitudes de satellites dans une nouvelle fenêtre il suffit de cliquer sur un lien de la page de la représentation graphique.

### **5. Recherches des dates d'élongation maximale**

Cette option des éphémérides du serveur MULTI-SAT est destinée à calculer les temps de positions extrémales d'un satellite sur l'orbite apparente. Les types suivants de ces phénomènes sont proposés : élongation maximum du satellite selon l'axe de planète, élongation maximum selon l'axe de l'orbite, passages du satellite à la distance maximum et minimum de la planète, élongation maximum en coordonnée X tangentielle. Pour obtenir ces données il faut entrer la date initiale et le nombre d'élongations voulues. Vous aurez sur la page en sortie un tableau qui présente les instants recherchés suivi par les coordonnées apparentes du satellite à ces instants.

### **6. Recherche des phénomènes mutuels et des éclipses par planète**

Cette recherche se fait grâce à un logiciel en ligne qui peut fournir les prédictions des phénomènes mutuels des satellites et des éclipses de satellite par planète. Pour les phénomènes mutuels on peut choisir les satellites intérieurs et principaux ensemble ou seulement les satellites principaux. Pour une période donnée le serveur

MULTI-SAT fait les prédictions des occultations et des éclipses mutuels simultanément. Les paramètres du phénomène nécessaires pour effectuer les observations sont mis dans le tableau en sortie y compris la chute en magnitude, la distance du satellite au bord de la planète en secondes de degré, le paramètre d'impact mesuré par rapport à la somme des rayons apparents des satellites.

Les calculs des prédictions des phénomènes prennent du temps. Pour les périodes longues, nous donnons les prédictions des phénomènes mutuels des satellites de Jupiter et de Saturne en 2008-2010 sous forme de tables. Les tableaux des éphémérides sont disponibles sur les pages spéciales du serveur MULTI-SAT accessibles à partir de la page principale par les liens « Ephémérides des phénomènes mutuels ». Sur ces pages un observateur trouve aussi la possibilité de taper le code (UAI) de l'observatoire et il obtient la liste des phénomènes observables depuis son observatoire. Ces prédictions pour chaque phénomène sont accompagnées par les conditions de visibilité : altitude de la planète au-dessus de l'horizon et l'angle de la sortie du soleil au-dessous de l'horizon. Si le code de l'observatoire est égal à 500 le tableau en sortie contient tous les phénomènes observables.

## 7. Exactitude des éphémérides

Il est très difficile de déterminer la véritable exactitude de l'éphéméride. Il n'y a aucune méthode fiable pour l'évaluer en dehors de l'intervalle de temps des observations. Les tentatives d'études théoriques ne mènent pas à des évaluations fiables. Quelques évaluations d'exactitude peuvent être obtenues dans la pratique par la comparaison de plusieurs éphémérides indépendantes ou (mieux) par comparaison à de nouvelles observations faites en dehors de l'intervalle de temps où les éphémérides ont été ajustées.

Pour la plupart des satellites, la précision d'éphéméride peut être de l'ordre des erreurs d'observation si les observations sont bien distribuées sur l'orbite. Les éphémérides des satellites lointains de Jupiter, de Saturne, d'Uranus et de Neptune découverts après 1997 sont basées sur les observations faites sur de très courts intervalles de temps. Pour quelques satellites, les intervalles d'observation ne couvrent qu'une petite partie de la période orbitale. Ainsi, les éphémérides de ces satellites ne peuvent pas être fiables. En dehors des intervalles d'observation les erreurs des éphémérides peuvent dépasser 10 secondes de degré.

Nous donnons dans notre publication [1] des évaluations approximatives de l'exactitude des éphémérides utilisant quelques comparaisons des éphémérides avec les observations et également celles de différentes théories entre elles.

## 8. Conclusions

Un nouveau service appelé MULTI-SAT pour la production des éphémérides de tous les satellites naturels des planètes (excepté la lune) a été créé à l'IMCCE et au SAI. Le principe de la construction de MULTI-SAT est la mise à jour continue avec l'arrivée de nouvelles données sur les satellites naturels des planètes. Les éphémérides seront mises à jour quand de nouvelles observations seront disponibles. Nous mettons à jour les modèles du mouvement des satellites implantés au serveur MULTI-SAT. Nous ajoutons un nouveau satellite, juste après sa découverte, à la liste de satellites dont les éphémérides sont disponibles. Nous ajoutons de nouvelles fonctions au serveur MULTI-SAT s'il en surgit la nécessité. L'interface simple du logiciel permet l'implantation facile dans le système « observatoire virtuel » ou dans tout autre Web-service.

Le serveur des éphémérides des satellites naturels MULTI-SAT est accessible via internet : <http://www.imcce.fr/sat> , <http://www.sai.msu.ru/neb/nss/index.htm> .

This work was made possible thanks to the « Programme International de Coopération Scientifique » n° 3840 of CNRS and the Russian Foundation for Basic Research, project n° 07-02-92169-CNRS-a.

## Références

[1] N. Emelyanov, J.-E. Arlot : Natural satellites ephemerides facility MULTI-SAT, *Astronomy and Astrophysics*, 2008 (accepté le 20 mai 2008).

[2] N. Emelyanov, A. Kanter : Orbites de tous les satellites lointains des grosses planètes ajustées sur les observations, ..., 2008.



## INDEX DES AUTEURS

Arlot J.-E. ....	31, 37, 65, 73, 79, 149	Lainey V. ....	37, 65, 79, 143
Bakabadio Ch. ....	67, 77	Lecubin J. ....	67
Berthier J. ....	107, 117, 143	Lemaître A. ....	43
Birlan M. ....	37, 53	Lemaître S. ....	131
Boué G. ....	89	Manche H. ....	7, 13
Bouquillon S. ....	13	Martinez M. ....	139
Colas F. ....	37	Mignard F. ....	105
Cresson J. ....	85	Morin G. ....	85
Derouazi Th. ....	135	Mouret S. ....	105
Descamps P. ....	107, 117	Noyelles B. ....	43, 65
Desmars J. ....	65, 73	Rambaux N. ....	65
Emelianov N. ....	123, 149	Renner S. ....	65
Fienga A. ....	7, 13	Robert V. ....	79
Fouchard M. ....	25, 93	Sauzin D. ....	19
Francou G. ....	13	Sicardy .....	37
Frouard J. ....	93	Somens L. ....	7, 13
Gastineau M. ....	13	Thuillot W. ....	31, 37, 61, 143
Hestroffer D. ....	57, 61, 105	Touchet L. ....	139
Inizan P. ....	101	Vachier F. ....	37, 143
Kanter A. ....	123	Vasuvescu O. ....	53
Karatekin O. ....	65	Vaubailon J. ....	61
Kuchynka P. ....	7, 13	Vienne A. ....	25, 43, 65, 73, 93
Laskar J. ....	7, 13, 89		

