ORBITES ET ÉPHÉMÉRIDES DES SATELLITES LOINTAINS DE JUPITER

P. Rocher et J. Chapront

1. Introduction

L'objet de cet article est de décrire le travail que nous avons effectué, au Bureau des longitudes, sur les satellites lointains de Jupiter. Notre but était de calculer les orbites précises de ces corps, après ajustement sur les observations, puis de produire des éphémérides sous forme de séries compactes.

2. Historique

Les satellites lointains de Jupiter ont été peu étudiés. Les théories analytiques ou semi-analytiques de ces corps sont difficiles à construire, les fortes excentricités des orbites ne permettant pas les développements en séries. Les seules théories connues sont celles de J. Bobone (1937) pour les satellites J VI et J VII et la théorie semi-analytique de J. Kovalevsky (1959) pour le satellite J VIII.

De même les intégrations numériques de ces corps sont peu nombreuses et rarement publiées ou utilisables. Les principales intégrations sont les suivantes :

- 1973 : K.A. Aksnes pour les satellites J VI à J IX.
- 1978 : K.A. Aksnes pour le satellite J XIII.
- 1978 : T.V. Bordovystina et L.E. Bykova pour les satellites J VI et VII.
- 1982 : P. Rocher pour les satellites J VI à J IX.
- 1990 : J.R. Rohde pour les satellites J VI à J XIII (non publié).
- 1996 -1997 : P. Rocher et J. Chapront pour les satellites J VI à J XIII.

Et parmi les éphémérides publiées on trouve : les éphémérides de J XIII sur la période 1974-2000 (K. Aksnes, 1978), les éphémérides des satellites J VI et J VII sur la période 1979-2000 (T.V. Bordovystina et L.E. Bykova, 1978), ces éphémérides sont données dans le repère équatorial astrométrique 1950.0. et les éphémérides des satellites J VI à J IX (P. Rocher) dans les *Suppléments à la Connaissance des Temps.*

3. Recherches et mise en forme des observations

Les sources

Pour les satellites J VI et J VII, nous avons récupéré les observations utilisées et publiées par T.V. Bordovystina et L.E. Bykova (1978). Pour les satellites J VIII et J IX, des observations allant de la découverte des satellites jusqu'en 1958, nous ont été fournies par A. Bec-Borsenberger. Toutes les autres observations ont été saisies à partir de publications. Ce travail a été réalisé par Y. de Kergrohen.

Ces observations ont ensuite été exprimées dans le repère équatorial J2000. Pour cela nous avons procédé de la manière suivante : toutes les observations anciennes ont d'abord été transférées dans le repère équatorial astrométrique 1950.0 (repère de FK4), puis transformées dans le repère équatorial J2000 (repère du FK5). Ce passage a été opéré en utilisant la méthode recommandée par Murray (1989). La plupart des observations anciennes étaient données en coordonnées topocentriques dans le repère équatorial moyen de la date ou dans le repère équatorial moyen du début de l'année tropique. Pour les ramener dans le repère 1950, nous avons utilisé les formules de précession de Newcomb. Depuis 1980, ces satellites sont peu observés. Il n'y a que deux groupes d'observateurs, un aux États-Unis à l'observatoire Mc Donald (J.-D. Mulholland, P. J. Shelus, A. L. Whipple, F. Benedict) et l'autre au Japon à l'observatoire Kiso (T. Nakamura, H. Kinoshita et H. Kozai).

Ajustement des orbites

Les équations du mouvement sont écrites dans le repère équatorial terrestre J2000. Dans ces équations, on tient compte de l'ensemble des perturbations planétaires. On tient également compte de l'aplatissement en J_2 de Jupiter. Les équations du mouvement sont calculées par intégration numérique, à l'aide de la méthode de Gragg-Bulirsch-Stoer. L'ajustement des constantes d'intégration est fait par la méthode des moindres carrés. Les éphémérides des planètes perturbatrices sont issues des théories planétaires du Bureau des longitudes BDL82 (G. Francou et al., 1983) développées sous forme de séries de polynômes de Tchebycheff.

Les équations du mouvement en coordonnées jovicentriques dans le repère équatorial terrestre J2000 sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
\frac{d^2x}{dt^2} &= -M_5\frac{x}{r_{5S}^3} + \sum_{i=1,i\neq 5}^{10} M_i\frac{x_i - x}{r_{iS}^3} - \frac{x_i}{r_{i5}^3} + G_x(J_2, x_e, y_e, z_e) \\
\frac{d^2y}{dt^2} &= -M_5\frac{y}{r_{5S}^3} + \sum_{i=1,i\neq 5}^{10} M_i\frac{y_i - y}{r_{iS}^3} - \frac{y_i}{r_{i5}^3} + G_y(J_2, x_e, y_e, z_e) \\
\frac{d^2z}{dt^2} &= -M_5\frac{z}{r_{5S}^3} + \sum_{i=1,i\neq 5}^{10} M_i\frac{z_i - z}{r_{iS}^3} - \frac{z_i}{r_{i5}^3} + G_z(J_2, x_e, y_e, z_e)
\end{aligned} \tag{1}$$

où JS(x, y, z) est le vecteur position jovicentrique du satellite S dans l'équateur terrestre J2000 et où JS$(x_e,\, y_e,\, z_e)$ est le vecteur position jovicentrique du satellite S dans l'équateur de la date de Jupiter. Les M_i sont les masses des planètes et du soleil (indice 10 pour le soleil), et les vecteurs P$(x_i,\, y_i,\, z_i)$ sont les vecteurs positions jovicentriques des corps perturbateurs. Les G sont les perturbations dues au potentiel de Jupiter. r_{5S} est la distance du satellite à Jupiter, r_{is} est la distance de la planète perturbatrice d'indice i au satellite et r_{i5} est la distance de la planète perturbatrice d'indice i à Jupiter.

La méthode d'intégration numérique résout des équations différentielles du premier ordre. Ce système peut se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{aligned}
\frac{d\dot{x}}{dt} &= F_x & \frac{dx}{dt} &= \dot{x} \\
\frac{d\dot{y}}{dt} &= F_y & \frac{dy}{dt} &= \dot{y} \\
\frac{d\dot{z}}{dt} &= F_z & \frac{dz}{dt} &= \dot{z}
\end{aligned} \tag{2}$$

avec les conditions initiales :

$$\overrightarrow{P}_0(x_0, y_0, z_0) \qquad \overrightarrow{V}_0(\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$$

La comparaison avec les observations fournit des écarts (valeurs observées moins valeurs calculées) qui peuvent s'exprimer en fonction des coordonnées équatoriales rectangulaires à l'aide des formules suivantes :

$$\begin{aligned} \Delta\alpha &= \frac{\partial\alpha}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial\alpha}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial\alpha}{\partial z}\Delta z \\ \Delta\delta &= \frac{\partial\delta}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial\delta}{\partial y}\Delta y + \frac{\partial\delta}{\partial z}\Delta z \end{aligned} \tag{3}$$

ces Δx, Δy et Δz étant eux-mêmes fonctions des variations des conditions initiales

$$\begin{aligned} \Delta x &= \frac{\partial x}{\partial x_0}\Delta x_0 + \frac{\partial x}{\partial y_0}\Delta y_0 + \frac{\partial x}{\partial z_0}\Delta z_0 + \frac{\partial x}{\partial \dot{x}_0}\Delta \dot{x}_0 + \frac{\partial x}{\partial \dot{y}_0}\Delta \dot{y}_0 + \frac{\partial x}{\partial \dot{z}_0}\Delta \dot{z}_0 \\ \Delta y &= \frac{\partial y}{\partial x_0}\Delta x_0 + \frac{\partial y}{\partial y_0}\Delta y_0 + \frac{\partial y}{\partial z_0}\Delta z_0 + \frac{\partial y}{\partial \dot{x}_0}\Delta \dot{x}_0 + \frac{\partial y}{\partial \dot{y}_0}\Delta \dot{y}_0 + \frac{\partial y}{\partial \dot{z}_0}\Delta \dot{z}_0 \\ \Delta z &= \frac{\partial z}{\partial x_0}\Delta x_0 + \frac{\partial z}{\partial y_0}\Delta y_0 + \frac{\partial z}{\partial z_0}\Delta z_0 + \frac{\partial z}{\partial \dot{x}_0}\Delta \dot{x}_0 + \frac{\partial z}{\partial \dot{y}_0}\Delta \dot{y}_0 + \frac{\partial z}{\partial \dot{z}_0}\Delta \dot{z}_0 \end{aligned} \tag{4}$$

C'est ce dernier système d'équations (4), qui est résolu par la méthode des moindres carrés. Pour cela nous devons connaître, pour chaque date d'observation, les valeurs des dérivées des variables par rapport aux constantes d'intégration. Ces valeurs sont obtenues en résolvant, en même temps que les équations du mouvement, un autre système de 36 équations différentielles. Ce système s'obtient de la manière suivante :

si les x_i représentent les 6 variables du problème et q une des constantes d'intégration alors le système (2) peut se mettre sous la forme :

$$\frac{dx_i}{dt} = F_i \quad \text{avec} \quad i = 1 \text{ à } 6 \tag{5}$$

et la différentielle de ce système par rapport à q devient :

$$\frac{\partial}{\partial q}\frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^{6} \frac{\partial F_i}{\partial x_j}\frac{\partial x_j}{\partial q} \tag{6}$$

et après permutation des dérivations en q et en t on obtient :

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial x_i}{\partial q} = \sum_{j=1}^{6} \frac{\partial F_i}{\partial x_j}\frac{\partial x_j}{\partial q} \tag{7}$$

c'est ce système qui est résolu en même temps que les équations du mouvement et qui donne les valeurs des dérivées des variables par rapport aux constantes d'intégration.

La table 1 donne les résultats des ajustements .

4. Représentation en séries de Poisson

Après avoir ajusté les orbites du mouvement, nous avons cherché à représenter l'orbite sous la forme de développements en séries de Poisson. Pour cela, les orbites ont été calculées sur une période de 150 ans (1900-2050), à l'aide de l'intégration numérique. Les coordonnées calculées sont les coordonnées jovicentriques rectangulaires (x, y, z) dans l'équateur terrestre J2000. Ces coordonnées sont représentées, dans un premier temps, par des développements en séries de polynômes de Tchebycheff, puis sous la forme de séries de Poisson.

Table 1. Résultats des ajustements.

Satellite	Nombre d'observations	Période d'observation	moyenne des $\Delta\alpha \cos\delta$	moyenne des $\Delta\delta$	écart-type $\Delta\alpha \cos\delta$	écart-type $\Delta\delta$
J VI	518	1884–1993	0,49″	0,49″	1,22″	1,12″
J VII	225	1905–1993	0,35″	0,08″	0,91″	0,84″
J VIII	335	1908–1993	0,31″	0,27″	0,76″	0,84″
J IX	116	1914–1993	0,06″	0,21″	0,65″	0,64″
J X	82	1938–1993	0,07″	0,09″	0,57″	0,53″
J XI	87	1938–1993	0,06″	0,19″	0,73″	0,70″
J XII	37	1954–1993	0,06″	0,07″	0,52″	0,47″
J XIII	33	1974–1993	0,10″	0,14″	0,67″	0,60″

Table 2. Paramètres des représentations en séries de Poisson.

Satellite de Jupiter	Nombre maximum de termes Q0,	Q1,	Q2	Intervalle de temps Dt (jours)	Nombre de séries	Date origine	Erreur maximum | Source-Approx, | 10^{-8} ua
J VI	219	29	6	9060	6	2 415 020,5	25
J VII	207	20	5	6800	8	2 415 020,5	24
J VIII	191	32	6	4520	12	2 415 020,5	21
J IX	166	27	4	9060	6	2 415 020,5	3
J X	202	23	5	9060	6	2 415 020,5	60
J XI	182,	28	6	9060	6	2 415 020,5	10
J XII	194	26	8	9060	6	2 415 020,5	200
J XIII	201	20	6	6800	8	2 415 020,5	100

Sur l'intervalle $[t_0,\ t_0 + D_t]$ l'approximation d'une variable de l'éphéméride $f(t)$ se met sous la forme :

$$\begin{aligned} f(t) \approx\ & a^{(0)} + a^{(1)}(t-t_0) + \ldots + a^{(N)}(t-t_0)^N \\ & + \sum_{q=1}^{Q_0} b_q^{(0)} \sin\Big(\nu_q(t-t_0) + \epsilon_q^{(0)}\Big) \\ & + \left[\sum_{q=1}^{Q_1} b_q^{(1)} \sin\Big(\nu_q(t-t_0) + \epsilon_q^{(1)}\Big)\right](t-t_0) \\ & + \ldots \\ & + \left[\sum_{q=1}^{Q_M} b_q^{(M)} \sin\Big(\nu_q(t-t_0) + \epsilon_q^{(M)}\Big)\right](t-t_0)^M \end{aligned} \tag{8}$$

Les fréquences ν_q sont déterminées par une méthode d'analyse en fréquences. Les amplitudes $a^{(k)}$, $b_q^{(l)}$ et les phases $\epsilon_q^{(l)}$ sont des cœfficients numériques ($k = 0, ..., N\,; l = 0, ..., M$). Ils sont calculés par moindres carrés à partir de la fonction source $f(t)$. Les paramètres M et N sont des valeurs qui dépendent de la précision désirée. M est le degré maximum des termes de Poisson.

Les intervalles de représentations et les valeurs des paramètres M et N sont choisis de manière à garantir une précision interne de 0,01″ avec les éphémérides issues de l'intégration numérique. La table 2 donne les caractéristiques des séries de Poisson obtenues.

L'intervalle de la représentation est de 54360 jours, du premier janvier 1900 au 31 octobre 2048.

Table 3. Valeurs extrêmes des éléments elliptiques des satellites directs sur 150 ans.

Satellites directs		e	a (ua)	i (degré)	p	q	h	k
J VI	min.	0,111 7576	0,075 9067	4,490 11	− 0,030 90	− 0,047 94	− 0,205 39	− 0,048 13
	max.	0,206 9142	0,077 0839	51,921 03	0,264 54	0,435 27	0,201 06	0,204 33
J VII	min.	0,154 9433	0,077 6312	4,892 68	− 0,227 44	− 0,054 31	− 0,232 61	− 0,214 58
	max.	0,271 7807	0,079 0142	46,687 21	0,268 82	0,338 80	0,216 52	0,237 76
J X	min.	0,080 7002	0,077 6163	23,183 10	− 0,199 93	0,047 61	− 0,132 77	− 0,065 75
	max.	0,154 9665	0,078 8083	51,431 02	0,259 39	0,432 28	0,149 39	0,150 26
J XIII	min.	0,116 2627	0,074 0161	4,626 62	− 0,244 20	− 0,051 54	− 0,074 52	− 0,162 00
	max.	0,209 5528	0,075 0543	50,626 33	0,084 59	0,416 32	0,179 87	0,183 73

Table 4. Valeurs extrêmes des éléments elliptiques des satellites rétrogrades sur 150 ans.

Satellites rétrogrades		e	a (ua)	i (degré)	p_r	q_r	h_r	k_r
J VIII	min.	0,184 3798	0,149 6555	119,050 47	− 0,306 36	− 0,569 92	− 0,482 17	− 0,590 22
	max.	0,667 5960	0,166 6368	174,243 64	0,309 41	0,120 29	0,001 12	− 0,109 01
J IX	min.	0,108 3195	0,150 8489	132,298 29	− 0,239 79	− 0,440 55	0,014 40	0,030 96
	max.	0,424 5893	0,167 9807	179,356 23	0,215 53	0,014 83	0,352 19	0,367 77
J XI	min.	0,132 4208	0,147 8054	140,647 25	− 0,177 93	− 0,356 34	− 0,408 12	− 0,262 05
	max.	0,414 3551	0,163 4219	172,361 29	0,151 55	− 0,066 64	− 0,101 33	0,200 42
J XII	min.	0,083 4411	0,135 8344	122,153 15	− 0,355 86	− 0,549 85	− 0,079 36	− 0,403 98
	max.	0,451 9917	0,145 5639	172,889 61	0,325 36	0,074 04	0,435 96	0,245 52

5. Représentation des éléments elliptiques

Les valeurs publiées des éléments elliptiques sont généralement peu précises. Les éléments publiés sont, soit des éléments osculateurs pour une date donnée, soit des éléments moyens. Dans les deux cas, ils induisent souvent le lecteur en erreur. En effet ces éléments sont loin d'être constants et présentent de grandes variations au cours du temps.

Nous avons calculé, pour chaque satellite, les variations de ces éléments sur la période de 150 ans utilisée pour la représentation des éphémérides en séries de Poisson. Les satellites ont été séparés en deux groupes, un premier groupe contenant les satellites directs et un second groupe contenant les satellites rétrogrades.

Pour les satellites directs nous avons calculé les variations des éléments e (excentricité), a (demi-grand axe), i (inclinaison), p $(\sin i/2 \sin\Omega)$, q $(\sin i/2 \cos\Omega)$, h $(e \sin\varpi)$ et k $(e\cos\varpi)$ où Ω et ϖ sont les longitudes du nœud et du périjove. Pour les satellites rétrogrades, nous avons utilisé, au lieu des variables p, q, h, k les variables suivantes, utilisées par Jacobson dans l'étude du mouvement des satellites rétrogrades (M. Chapront-Touzé et al., 1994), p_r $(\cot i/2 \sin\Omega)$, $q_r(\cot i/2 \cos\Omega)$, h_r $(e\sin\varpi_r)$ et k_r $(e\cos\varpi_r)$ où Ω et ϖ_r sont les longitudes du nœud et du périjove ($\varpi_r = \omega - \Omega$ et $\lambda_r = M + \varpi_r = M + \omega - \Omega$, λ_r étant la longitude moyenne)..

Les tables 3 et 4 donnent les valeurs extrêmes de ces paramètres.

Nous donnons également un développement de ces éléments en séries de Poisson, ces développements comportent un petit nombre de terme, ils permettent de calculer les éléments avec une faible précision sur l'intervalle de 150 ans.

6. Publications

Les éphémérides sont publiées chaque année dans les *Suppléments à la Connaissance des Temps* sous la forme de séries de polynômes de Tchebycheff.

Les résultats de ce travail pour les satellites J VI à J IX ont été publiés en 1996 dans Rocher et Chapront (1996). Un article sur les satellites J X à J XIII et les éléments elliptiques est en préparation.

La totalité des travaux et des résultats seront présentés dans une Note Scientifique et Technique du Bureau des longitudes (1997).

7. Programmes et séries

Les séries, les observations ainsi qu'un programme FORTRAN de substitution du temps dans les séries sont disponibles sur les serveurs ftp suivants :

ftp cdsarc.u-strasbg.fr dans le répertoire /pub/A+A/311/713

ftp.bdl.fr dans le répertoire /pub/ephem/satel/faintsat/jupiter

Un programme conversationnel pour PC (Windows 3.1 et 95) est également disponible sur ces serveurs.

8. Références

Aksnes, K., 1973, *Astron. J.*, **78**, 121.

Aksnes, K., 1978, *Astron. J.*, **83**, 1249.

Bec-Borsenberger, A., 1980, réduction des observations des satellites J VIII et J IX, communication privée.

Bobone, J., 1973a, Tablas del VI Satélite de Jupiter, *Astr. Nach.*, **262**, 321.

Bobone, J., 1973b, Tablas del VII Satélite de Jupiter, *Astr. Nach.*, **263**, 401.

Bordovystina, T.V., Bykova, L. E., 1978, Theory of motions and ephemerides for JVI and JVII 1978-2000, Jupitera, Tomsk (en russe).

Bulirsch, R., Stoer, J., 1966, *Num. Math.*, **8**, 1.

Chapront-Touzé M., Francou G., Morando B., 1994, *Notes Scientifiques et Techniques du Bureau des longitudes*, **S046**, 18.

Francou, G., Bergeal, L., Chapront, J., Morando, B., 1983, *Astron. Astrophys.*, **128**, 124.

Kovalevsky, J., 1959, *Bull. Astron.* **23**, 1.

Murray, C.A., 1989 *Astron. Astrophys.*, **218**, 325.

Rocher, P., 1983, Satellites J VI et J VII de Jupiter. éphémérides pour les années 1981-1990. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **52**, 333-372.

Rocher P. et Bec-Borsenberger A., *Suppléments à la Connaissance des Temps*, 1982 à 1997.

Rocher, P. et Chapront, J., 1996, Ephemerides and observations of the faint satellites of Jupiter, *Astron. Astrophys.*, **311**, 710-714.

Rocher, P. et Chapront, J., 1997, Orbites d'éphémérides des satellites lointains de Jupiter, *Notes Scientifiques et Techniques du Bureau des longitudes*, **S054**.

Rohde, J.R., 1990, (non publié).