COMPARAISONS D'EXPRESSIONS DE LA RÉFRACTION ASTRONOMIQUE

J. Berthier et A. Fienga

1. Introduction

Les observations astrométriques ont pour objectif de mesurer les positions des corps célestes les uns par rapport aux autres, ou par rapport à un repère de référence donné, dans le but de réaliser un cadastre de l'univers ou d'étudier la dynamique des corps par exemple du système solaire. L'interprétation la plus rigoureuse est donc de mise pour que les mesures issues de l'observation astronomique soient à la fois représentatives de la réalité physique de l'univers et, plus localement, du système solaire, et utilisables par les théories que l'on en a.

Le propos de cet exposé est d'étudier les différentes lois de la réfraction astronomique disponibles à ce jour, afin de les comparer et de déterminer quelle loi est la plus appropriée pour corriger les observations astrométriques de cet effet. À l'heure d'Hipparcos ou de Tycho la précision recherchée est de l'ordre de 1 mas, à quelques dizaines de mas. Après une description du principe de la réfraction, nous verrons quelles en sont les lois existantes et dans quelles conditions il est possible de tendre vers cette précision. Cela est d'autant plus important que toutes les conditions peuvent être réunies pour que les observations astrométriques atteignent cette précision de mesure :

– N. Zacharias a montré que les conditions atmosphériques n'étaient pas un obstacle à la mesure de positions avec une précision meilleure que 10 mas (seeing $\approx 1''$, champ $20'$, télescope 0.9 m, pose guidée de 100 s par exemple) (Zacharias, 1996).

– Les techniques d'observations CCD et les qualités optiques et mécaniques des télescopes modernes permettent d'obtenir des mesures précises des distances angulaires (quelques dizaines de mas en astrométrie différentielle par exemple).

Or il est encore courant de voir négligés les effets de la réfraction, pourtant premier maillon de la chaine de réduction des observations astrométriques. Cela est surtout vrai pour ce qui concerne l'astrométrie différentielle du fait de la petitesse de cet effet dans ce cas, et de la difficulté de modéliser avec précision la réfractivité de l'atmosphère terrestre. Cette approximation est justifiée si l'on recherche une précision astrométrique de l'ordre de $0''.1$; autrement il est indispensable de bien en tenir compte. Pour ce qui est de l'astrométrie "absolue", la réfraction astronomique est systématiquement prise en compte, son effet sur la mesure des positions étant trop importante pour être négligé : de $0''$ à près de $320''$ lorsque la distance zénithale varie de $0°$ à $80°$.

2. La réfraction astronomique

La principale différence entre la position apparente d'un corps céleste et sa position observée depuis la surface de la Terre provient de la présence de l'atmosphère terrestre. Cette dernière a pour conséquence de provoquer une déflexion des ondes électromagnétiques et un retard sur les signaux électromagnétiques (figure 1). Ainsi, avant d'être captés par un récepteur, les photons lumineux traversent des couches d'air progressivement plus denses correspondant à un indice de réfraction de plus en plus grand, et sont déviés graduellement vers la verticale. L'effet induit est l'observation d'une distance zénithale plus petite que la distance zénithale "vraie" de l'objet (i.e. s'il n'y avait pas d'atmosphère). La différence entre les distances zénithales, ou angle de réfraction, est donnée à partir du principe de Fermat par la relation :

$$\Delta z = \xi_0 - z_0 = \int_1^{n_0} \frac{\tan z}{n}\, dn \tag{1}$$

où ξ_0 et z_0 sont les distances zénithales "vraies" et observées des corps célestes et n est l'indice de réfraction atmosphérique, n_0 étant cet indice au niveau de l'observateur (Yan et Ping, 1995). Ainsi,

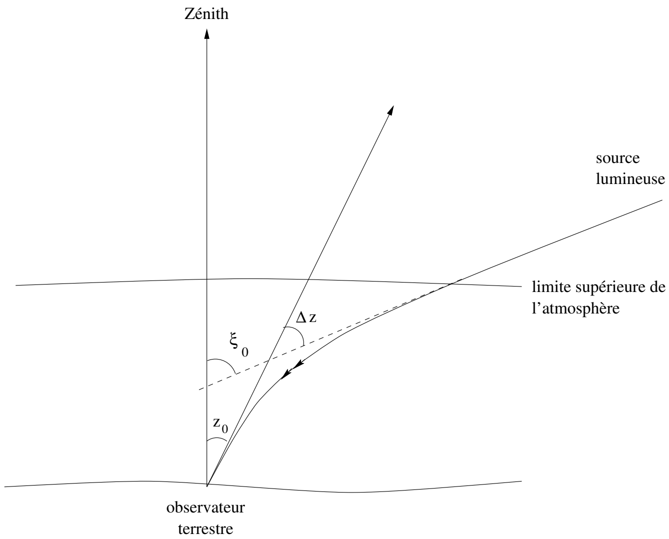

Fig. 1. Déviation des rayons lumineux dans l'atmosphère terrestre. z_0 est la distance zénithale observée, Δz l'angle de réfraction et ξ_0 la distance zénithale "vraie".

si les variations de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude sont connues dans la direction visée, alors cette équation est intégrable et permet de calculer l'angle de réfraction correspondant à la distance zénithale observée. Cependant la modélisation de l'atmosphère terrestre en un lieu et à une date donnée est fort complexe, dépendant des conditions météorologiques, des saisons, de la géographie du lieu, etc..., ce qui rend difficile l'expression des variations de l'indice de réfraction atmosphérique. Pour le calculer, on modélise généralement l'atmosphère par deux composantes à symétrie sphérique, la troposphère (de 0 à environ 11 km) et la stratosphère (jusqu'à environ 100 km)[1], séparées par la tropopause (d'épaisseur négligeable mais pour laquelle l'indice de réfraction présente une discontinuité). On considère de plus que l'atmosphère est en équilibre hydrostatique et qu'elle obéit aux lois des gaz parfaits (Seidelmann, 1992). Dans de telles conditions, on peut modéliser la courbure des rayons lumineux dans l'atmosphère par un profil exponentiel, correspondant aux variations observées de la réfractivité de l'atmophère en fonction de l'altitude. La loi de la réfraction s'exprime alors sous la forme classique de la loi de Laplace (Bureau des longitudes, 1997) :

$$\Delta z = A \tan z_0 + B \tan^3 z_0 \tag{2}$$

[1] au delà, la réfraction atmosphérique pour les longueurs d'ondes optiques est de l'ordre de quelques microsecondes de degré (Green, 1985).

où z_0 représente la distance zénithale observée, et où A et B sont soit des constantes, soit dépendent des conditions atmosphériques du lieu d'observation et de la longueur d'onde des signaux observés. Ces paramètres sont généralement exprimés sous la forme :

$$\begin{aligned} A &= \kappa\alpha\,(1-\beta) \\ B &= \kappa\alpha\,(\beta - \frac{\alpha}{2}) \end{aligned}$$

où α et β représentent le modèle atmosphérique et κ un terme correctif permettant de prendre en compte l'aplatissement de la Terre et par conséquent des couches atmosphériques. κ se calcule comme le rapport entre la gravité mesurée au niveau de l'observateur et celle mesurée au niveau moyen des mers à l'équateur ; $\kappa = 1.0$ pour une Terre sphérique (Stone, 1996). Pour des conditions standard de température et de pression ($0°C$, 1013.25 mb) et sans prendre en compte la longueur d'onde, ces paramètres sont pris égaux à 0.001254 pour β et $60''.37$ pour α, fournissant les constantes de la réfraction $A = 60''.2943$ et $B = -0''.06687$ (Kovalesky, 1990). Pour des conditions dites “normales” ($15°C$, 1013.25 mb, $p_v = 0$ mb[2], $\lambda = 0.59\mu m$), les constantes de la réfraction sont $A = 57''.085$ et $B = -0''.0666$, déduites des Tables de la réfraction éditées par l'observatoire de Pulkovo en 1985 (Abalakin, 1985). Pour tenir compte de conditions atmosphériques et de longueurs d'ondes particulières, ces paramètres peuvent être exprimés comme des fonctions de la température, de la pression, de la pression de vapeur sèche et de la longueur d'onde tel que : $\alpha = n_0 - 1$ représente la réfractivité de l'atmosphère au niveau de l'observateur et $\beta = H_0/r_0$ représente le rapport de la hauteur équivalente d'atmosphère homogène sur le rayon géocentrique de l'observateur (Stone, 1996). Cette formulation de la réfraction, que nous désignerons loi de Laplace-Stone, permet d'obtenir une précision meilleure que ± 40 mas pour toute distance zénithale inférieure à 70° (comparaisons avec les Tables de la réfraction de l'observatoire du Pulkovo (Abalakin, 1985)) (Stone, 1996). Cette expression de la réfraction a cependant pour inconvénient de calculer l'angle de réfraction à partir uniquement de la distance zénithale observée (z_0). Ainsi, dans le cas où l'on veut estimer l'angle de réfraction à partir des coordonnées apparentes, on introduit une approximation supplémentaire en considérant la distance zénithale “vraie” (ξ_0) plutôt que celle observée dans l'équation (**??**). Ce problème est résolu en utilisant la formulation de l'angle de réfraction proposée par H. Yan et basée sur l'utilisation de fonctions dites de “mapping” modélisant les variations de l'indice de réfraction en fonction de l'altitude (Yan et Ping, 1995; Yan, 1996). L'angle de réfraction s'exprime alors sous la forme :

$$\Delta z = 10^{-6} N_0 \sin \xi_0 \, m'(\xi_0) \tag{3}$$

où $N_0 = 10^6\,(n_0 - 1)$ est la réfractivité de l'atmosphère au niveau de l'observateur, ξ_0 est la distance zénithale “vraie” et $m'(\xi_0)$ est la fonction dite de “mapping” de la réfraction faisant intervenir, comme la réfractivité, les paramètres de température, de pression et de pression de vapeur sèche du lieu d'observation ainsi que la longueur d'onde du signal observé (Yan, 1996). Cette formulation assure une précision sur l'angle de réfraction de l'ordre de 100 mas jusqu'à des distances zénithales de 80° (comparaisons pour divers profils et paramètres atmosphériques ; modèle exponentiel, modèle de Hopfiel, etc.).

Ces expressions de la réfraction se basent sur l'hypothèse que l'atmosphère terrestre peut être modélisée par une symétrie sphérique dont les paramètres sont déterminés à partir d'un certain nombre de données météorologiques moyennes. Cela implique que la déviation des rayons lumineux ne dépend que de la distance zénithale et est indépendante de l'azimut de la direction visée. Cela implique aussi que cette déviation est indépendante des conditions atmosphériques réelles au moment de l'observation et tout le long du chemin parcouru par les photons dans l'atmosphère. Or dans la pratique, les conditions atmosphériques peuvent être très différentes des conditions moyennes ayant déterminé le profil atmosphérique de la loi de réfraction utilisée. En outre, la déviation des rayons lumineux ne se produit pas uniquement selon la verticale et on observe une déviation horizontale affectant la précision des positions mesurées à l'ordre du mas (en interférométrie optique par exemple). Pour calculer la réfraction avec cette précision, A. Y. Yatsenko a développé une solution analytique complète des équations de propagation de la lumière dans un espace euclidien. Cette théorie permet de calculer à partir d'un modèle aérologique arbitraire la réfraction verticale et horizontale pour toute distance zénithale et pour tout azimut (Yatsenko, 1995). Il reste néanmoins difficile de déterminer avec précision la structure exacte de l'atmosphère en un lieu et une date donnés, et seule une bonne connaissance des conditions météorologiques mesurées

[2] p_v est la pression de vapeur sèche.

en différents points de l'atmosphère entourant l'observateur (de 100 m à 82 km d'altitude) peut conduire à une précision sur la réfraction astronomique à l'ordre du mas.

3. Comparaisons entre les lois de la réfraction

D'un point de vue pratique, les expressions de la réfraction proposées par A. Y. Yatsenko sont celles qui permettent de corriger cet effet avec la plus grande précision. Mais cela exige de posséder de nombreuses données climatiques concernant le site d'observation. À partir de données plus facilement accessibles comme la pression, la température et la pression de vapeur sèche au lieu d'observation complétées par la longueur d'onde des astres observés, l'utilisation des expressions de Laplace-Stone ou de Yan permettent d'assurer une précision de l'ordre de 50 mas jusqu'à des distances zénithales d'environ 70° et pour des conditions météorologiques normales : $P_0 \in [800\,mb \ldots 1050\,mb]$, $T_0 \in [-20°C \ldots 40°C]$, $RH^3 \in [0\% \ldots 100\%]$, $\lambda \in [0.3\,\mu m \ldots 1.0\,\mu m]$.

Table 1. Différences entre les expressions de la réfraction astronomique pour $P_0 = 1013.25\,mb$, $T_0 = 0°C$, $p_v = 0\%$, et $\lambda = 0.532\,\mu m$.

	$z \leq 70°$	$z = 80°$
L(z) - Y(z)	de $0''$ à $-7''.1$	$-12''.8$
S(z) - Y(z)	de $0''$ à $-6''.6$	$-11''.9$
L(z) - S(z)	de $0''$ à $-0''.5$	$-0''.9$

Pour comparer les lois de la réfraction, étudions numériquement les différences entre les expressions de la réfraction de Laplace et de Yan (L(z)-Y(z)), de Laplace-Stone et de Yan (S(z)-Y(z)), et enfin entre les lois de Laplace et de Laplace-Stone (L(z)-S(z)). Ne disposant pas de modèle climatologique pour cette étude, la comparaison de ces lois avec celle de Yatsenko n'a pas pu être réalisée. Les résultats trouvés dans des conditions standards de pression et de température sont présentés dans la table 1. Si on étudie ces différences sur l'ensemble des conditions atmosphériques dites normales on trouve des écarts entre les lois pouvant atteindre plusieurs dizaines de secondes de degré (figure 2). Ces écarts plutôt importants s'expliquent en grande partie par le fait que l'expression de Laplace-Stone utilise une loi de la réfractivité de l'atmosphère employant la vitesse de phase des ondes lumineuses, alors que l'expression de Yan utilise, elle, une loi basée sur la vitesse de groupe des ondes. Si maintenant on étudie les différences entre les lois en utilisant dans les expressions de la réfraction la même loi de vitesse (de groupe ou de phase), on obtient des résultats quelque peu plus cohérents : de $-0''.05$ à $0''.20$ pour $z \leq 70°$ et environ $2''$ pour $z = 80°$ quant aux différences entre les expressions de Laplace-Stone et de Yan et pour les deux choix de vitesse des ondes.

Cette comparaison des expressions de la réfraction ne permet pas tout à fait de se prononcer sur leur précision car nous avons vu précédemment que ces lois avaient un sens d'application : correction des distances zénithales observées pour Laplace et Laplace-Stone ; des distances zénithales "vraies" pour Yan. Pour estimer les incertitudes entre les lois, appliquons successivement les lois de la réfraction à partir des distances zénithales observées ou "vraies" dans l'objectif d'obtenir des distances zénithales observées ou "vraies" et de les comparer avec les distances zénithales initiales. Soit, étudions numériquement les différences :

$$z' - z = S(z) - Y(z + S(z)) \;:\; observées \xrightarrow{Stone} \text{“}vraies\text{”} \xrightarrow{Yan} observées$$

et

$$\xi' - \xi \;=\; S(\xi - Y(\xi)) - Y(\xi) \;:\; \text{“}vraies\text{”} \xrightarrow{Yan} observées \xrightarrow{Stone} \text{”}vraies\text{”}$$

[3] RH représente le degré d'humidité relative de l'air.

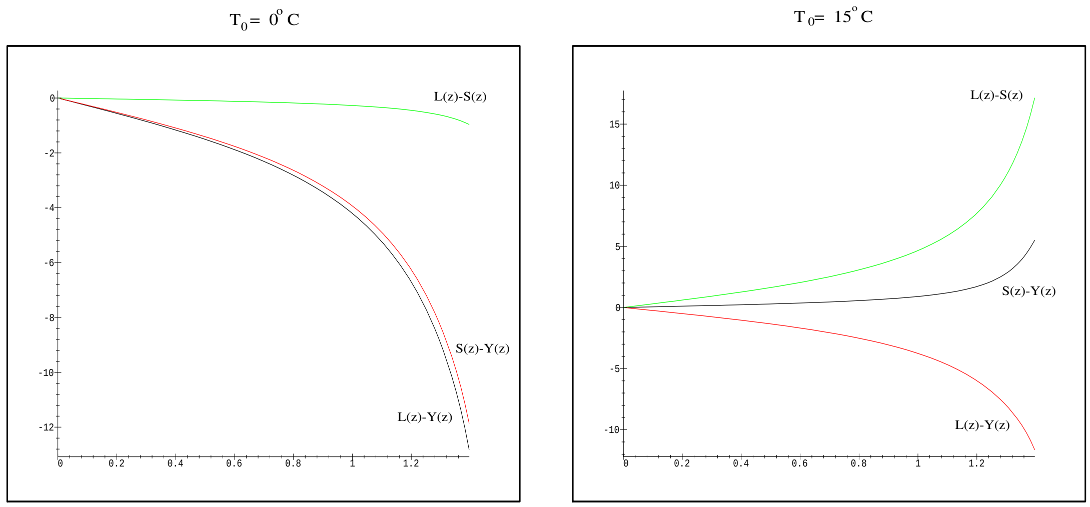

Fig. 2. Différences entre les expressions de la réfraction pour deux conditions de température : $T_0 = 0°C$ et $T_0 = 15°C$. Les autres paramètres sont ceux des conditions standards.

L'étude de ces différences en fonction de la température, de la pression et de la longueur d'onde est présentée dans la table 2. Ces résultats confirment que les lois s'accordent bien entre elles, mais que leur utilisation sans distinction ne permet pas une précision meilleure que 50 mas jusqu'à des distances zénithales de $z = 50°$ et 200 mas jusqu'à $z = 80°$. Cela montre aussi qu'il existe encore des différences entre la connaissance empirique de la réfraction astronomique obtenue à partir de l'observation astronomique (Tables de la réfraction de l'observatoire du Pulkovo), et celle théorique issue de la modélisation mathématique de la réfractivité de l'atmosphère.

Table 2. Incertitudes sur les lois de la réfraction. f représente les variations des différences $(z' - z)$ et $(\xi' - \xi)$ en fonction de la température $T_0 \in [-20°C \ldots 40°C]$, ou de la pression $P_0 \in [800\,mb \ldots 1050\,mb]$ ou de la longueur d'onde $\lambda \in [0.4\,\mu m \ldots 0.7\,\mu m]$.

	$z \leq 70°$	$z = 80°$
$f(T_0)$	de $0''$ à $0''.25$	$1''.5$
$f(P_0)$	de $0''$ à $0''.22$	$1''.1$
$f(\lambda)$	de $-0''.5$ à $1''.0$	$-3''$ à $7''$

4. Conclusion

Pour pouvoir conclure il serait maintenant intéressant de confronter l'expression de Yan avec les Tables de la réfraction de l'observatoire du Pulkovo (mais aussi avec d'autres tables pouvant exister dans les observatoires astronomiques) et de comparer les lois de Laplace-Stone et de Yan avec les théories de A. Y. Yatsenko. Dans tous les cas il est évident que le choix du profil atmosphérique et des paramètres de température, pression, pression de vapeur sèche et longueur d'onde sont importants pour calculer avec précision la réfraction. R. C. Stone préconise une précision sur la mesure de ces paramètres de $\pm 0.1°C$ pour la température, de $\pm 0.4 mb$ pour la pression et de 12% pour le degré d'humidité relative de l'air (Stone, 1996). La longueur d'onde conditionne quant à elle le choix de la loi de réfractivité de l'atmosphère terrestre (Owens, 1967).

Références

Abalakin, V.K., editor, 1985, *Refraction tables of Pulkovo observatory (fifth edition)*, Leningrad NAUKA publishing house.

Bureau des longitudes, editor, 1997, *Introduction aux éphémérides astronomiques*, les éditions de physique.

Green, R.M., 1985, *Spherical astronomy*, Cambridge University Press.

Kovalevsky, J., 1990, *Astrométrie moderne*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Owens, J.C., 1967, Optical refractive index of air : dependence on pressure, temperature and composition, *Applied Optics*, **6**(1), 51–60.

Seidelmann, P.K., editor, 1992, *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*, University Science Books.

Stone, R.C., 1996, Accurate method for computing atmospheric refraction, *Pub. of the Astron. Soc. of the Pacific*, **108**, 1051–1058.

Yan, H., 1996, A new expression for astronomical refraction, *Astron. J.*, **112**(3), 1312–1316.

Yan, H., Ping, J., 1995, The generator function method of the tropospheric refraction corrections, *Astron. J.*, **110**(2), 934–939.

Yatsenko, A.Y., 1995, Exact theory of astronomical refraction for the real atmosphere, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, **111**, 579–586.

Zacharias, N., Measuring the atmospheric influence on differential astrometry : A simple method applied to wide-field CCD frames, *Pub. of the Astron. Soc. of the Pacific*, **108**, 1135–1138.