DYNAMIQUE AU VOISINAGE D'UNE CHAINE DE TORES SIMPLEMENT RÉSONANTS DANS LES SYSTÈMES HAMILTONIENS PRESQUE INTÉGRABLES

L. Niederman

Résumé

En 1964, Arnold (Arnold, 1964) a proposé un mécanisme qui engendre de l'instabilité dans les systèmes Hamiltoniens arbitrairement proches de certains systèmes intégrables (notamment, celui qui correspond à l'étude de la rotation d'un corps solide soumis à l'attraction d'un corps central). Plus précisemment, le raisonnement d'Arnold est basé sur l'existence de tores invariants partiellement hyperboliques pour le flot associé à un système hamiltonien intégrable faiblement perturbé. En effet, si l'on trouve une famille de tores invariants qui sont suffisamment proches, on peut mettre en évidence des orbites du système perturbé qui dérivent le long d'une telle chaîne de tores.

Les ensembles invariants considérés par Arnold apparaissent notamment dans les régions qui correspondent à une résonance simple pour le système intégrable étudié. Dans ce cadre, grace à une application de la théorie K.A.M., nous construisons une forme normale qui permet une étude fine de la dynamique au voisinage des tores partiellement hyperboliques invariants sous le flot associé au système perturbé (Niederman, 1997). Ceci donne des estimations précises sur les temps de transition au voisinage des variétés stables et instables liées à ces tores.

Ainsi, ces formes normales fournissent un moyen de calculer la vitesse de dérive d'orbites qui"ombrent" une chaîne de tores hyperboliques associée à une courbe simplement résonante dans l'espace des actions. En conjuguant cette étude avec des méthodes géométriques développées par J.-P. Marco (1996) pour construire de telles orbites, nous espérons trouver des exemples où une instabilité importante se développe sur des temps du même ordre que les temps de stabilité donnés par les théorèmes de type Nekhorochev (Nekhorochev, 1977) qui sont issus de la théorie des perturbations canoniques.

Références

Arnold, V.I., 1964, Instability of dynamical systems with several degrees of freedom, *Soviet Math. Dokl.* **5**, 581-585.

Marco, J.P., 1996, Transition le long des chaines de tores invariants pour les systèmes Hamiltoniens analytiques, *Ann. de l'Inst. Henri Poincaré* **64** (2), 205-252.

Nekhorochev, N.N., 1977, An exponential estimate of the time of stability of nearly integrable Hamiltonian systems, *Russian Math. Surveys* **32**, 1-65.

Niederman, L., 1997, Dynamics around a chain of simple resonant tori in nearly integrable Hamiltonian systems, *preprint Université Paris-Sud*, soumis à *Journal of Differential Equations*.