RENCONTRE PARTICULIÈRE COMÈTE-PLANÈTE : CONTRAINTES SUR L'INCLINAISON DE LA COMÈTE

V. Batllo

1. Introduction

L'objectif de cette étude est de déterminer quelle pourrait être l'origine des comètes à courte période observées.
Rappelons brièvement le mode de rencontre considéré dans ce travail. La rencontre comète-planète est assimilée à un choc au sens de Poincaré, c'est-à-dire à une quasi-collision de deux corps pendant un temps infiniment court. Le module du vecteur vitesse de la comète par rapport à la planète reste inchangé durant la rencontre alors que sa direction peut se trouver modifiée.
Les deux autres hypothèses du scénario sont les suivantes:
• le plan orbital de la comète reste inchangé durant la rencontre;
• la capture se fait aux sommets des orbites.
La première hypothèse a déjà été utilisée (voir Vaghi, 1973 par exemple) ou discutée (voir Carusi et al., 1990) par de nombreux chercheurs. Les catalogues d'intégration numérique (Belyaev et al., 1986; Carusi et al., 1985) montrent que 60% des comètes présentent une variation de leur inclinaison inférieure à 2° au cours de leur évolution. Ainsi, cette hypothèse n'est peut-être pas totalement farfelue.
Quant au deuxième point, il est également possible de le retrouver dans le catalogue de Belyaev (table 14, page 372). En effet, ce tableau indique que les rencontres produisant le plus d'énergie et se rapportant directement au thème de mon étude se faisaient au périhélie de l'orbite initiale qui se transforme en aphélie de l'orbite actuelle.
Tous les critères ci-dessus permettent de montrer que X, quantité de Tisserand, reste constante en cas de rencontre et d'obtenir l'équation

$$x^2 - 2xu' \cos I + X - 2 = 0 \tag{1}$$

La résolution de cette équation fournit deux valeurs x_1 et x_2 puis les éléments métriques des orbites initiale O_1 et finale O_2.
Nous allons donc montrer grâce à X et l'équation (1) qu'il existe une relation entre la valeur de l'inclinaison de la comète et la nature de son orbite initiale (ellipse, hyperbole, parabole).

2. Signe de $\cos I$

$$x^2 - 2u'x\cos I + X - 2 = 0 \Longrightarrow \cos I = \frac{x_1 + \varepsilon x_2}{2u'}$$

Rappelons que:
$x^2 = 2 - r/a = 2 - (1 - e\cos E)$
$x^2 = 1 + e$ lors d'une rencontre au périhélie
$x^2 = 1 - e$ lors d'une rencontre à l'aphélie
ce qui nous permet d'écrire:

$$\cos I = \frac{\sqrt{1 + e_1\cos E_1} + \varepsilon\sqrt{1 + e_2\cos E_2}}{2u'}$$

Selon le type de rencontre considéré, plusieurs cas se présentent.

2.1. Rencontre avec conservation du périhélie

$$\cos I_1 = \frac{\sqrt{1+e_1} + \varepsilon\sqrt{1+e_2}}{2u'}$$

Si $\varepsilon = 1$, alors $\cos I_1 > 0$ et les deux orbites O_1 et O_2 sont directes.
Si $\varepsilon = -1$, alors:

$$\cos I_1 = \frac{\sqrt{1+e_1} - \sqrt{1+e_2}}{2u'} = \frac{e_1 - e_2}{2u'(\sqrt{1+e_1} + \sqrt{1+e_2})}$$

Si $e_1 > e_2$, alors $\cos I_1 > 0$ et l'orbite O_1 est directe sachant que l'orbite O_2 est rétrograde.
Si $e_1 < e_2$, alors $\cos I_1 < 0$ et l'orbite O_1 est rétrograde sachant que l'orbite O_2 est directe.

2.2. Rencontre avec conservation de l'aphélie

$$\cos I_1 = \frac{\sqrt{1-e_1} + \varepsilon\sqrt{1-e_2}}{2u'}$$

Si $\varepsilon = 1$, alors $\cos I_1 > 0$ et les deux orbites O_1 et O_2 sont directes.
Si $\varepsilon = -1$, alors:

$$\cos I_1 = \frac{\sqrt{1-e_1} - \sqrt{1-e_2}}{2u'} = \frac{e_2 - e_1}{2u'(\sqrt{1-e_1} + \sqrt{1-e_2})}$$

Si $e_1 > e_2$, alors $\cos I_1 < 0$ et l'orbite O_1 est rétrograde sachant que l'orbite O_2 est directe.
Si $e_1 < e_2$, alors $\cos I_1 > 0$ et l'orbite O_1 est directe sachant que l'orbite O_2 est rétrograde.

2.3. Rencontre avec échange périhélie-aphélie

$$\cos I_1 = \frac{\sqrt{1+e_1} + \varepsilon\sqrt{1-e_2}}{2u'}$$

Si $\varepsilon = 1$, alors $\cos I_1 > 0$ et les deux orbites O_1 et O_2 sont directes.
Si $\varepsilon = -1$, alors:

$$\cos I_1 = \frac{\sqrt{1+e_1} - \sqrt{1-e_2}}{2u'} = \frac{e_1 + e_2}{2u'(\sqrt{1+e_1} + \sqrt{1-e_2})}$$

Quelles que soient e_1 et e_2, $\cos I_1 > 0$ et l'orbite O_1 est directe sachant que l'orbite O_2 est rétrograde.

2.4. Rencontre avec échange aphélie-périhélie

$$\cos I_1 = \frac{\sqrt{1-e_1} + \varepsilon\sqrt{1+e_2}}{2u'}$$

Si $\varepsilon = 1$, alors $\cos I_1 > 0$ et les deux orbites O_1 et O_2 sont directes.
Si $\varepsilon = -1$, alors:

$$\cos I_1 = \frac{\sqrt{1-e_1} - \sqrt{1+e_2}}{2u'} = -\frac{e_1 + e_2}{2u'(\sqrt{1-e_1} + \sqrt{1+e_2})}$$

Quelles que soient e_1 et e_2, $\cos I_1 < 0$ et l'orbite O_1 est rétrograde sachant que l'orbite O_2 est directe.

2.5. Remarques

Dans l'étude ci-dessus, un cas n'apparaît pas, celui pour lequel les orbites O_1 et O_2 sont toutes deux rétrogrades.
En effet, nous avons alors $\cos I < 0$ et $x_1 + x_2 > 0$, ce qui est impossible. Le seul cas envisageable est $\cos I = 0$, d'où $I = 90°$, et $x_1 = x_2 = 0$, ce qui implique que les orbites sont rectilinéaires et polaires.

3. Encadrement de l'inclinaison I

3.1. Pour deux orbites directes

La transformation de l'encadrement de la quantité de Tisserand $2 < X < 3$ se traduit de la façon suivante:

$$2 < \frac{r_1}{a_1} + 2\sqrt{\frac{p_1}{r_1}}\sqrt{\frac{p'}{r'}}\cos I_1 < 3$$

$$2 < 1 - e_1 \cos E_1 + 2u'\sqrt{1 + e_1 \cos f_1}\cos I_1 < 3$$

$$\frac{1 + e_1 \cos E_1}{2u'\sqrt{1 + e_1 \cos f_1}} < \cos I_1 < \frac{2 + e_1 \cos E_1}{2u'\sqrt{1 + e_1 \cos f_1}}$$

<u>L'orbite initiale est parabolique</u>
$e_1 = 1$, $1 + e_1 \cos E_1 = 2$ et $1 + e_1 \cos f_1 = 2$ au périhélie.

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos I_1 < \frac{3}{2\sqrt{2}}$$

et donc $0° < I_1 < 45°$
<u>L'orbite initiale est hyperbolique</u>
$1 < e_1 < 2$, $1 + e_1 \cos E_1 = 1 + e_1$ et $1 + e_1 \cos f_1 = 1 + e_1$ au périhélie.

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < \frac{\sqrt{1 + e_1}}{2} < \cos I_1 < \frac{2 + e_1}{2\sqrt{1 + e_1}} < \frac{4}{2\sqrt{2}}$$

et donc $0° < I_1 < 45°$
<u>L'orbite initiale est elliptique</u>
$q_1 = Q_2$ *ou* $q_1 = q_2$
$0 < e_1 < 1$, $1 + e_1 \cos E_1 = 1 + e_1$ et $1 + e_1 \cos f_1 = 1 + e_1$ au périhélie.

$$\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{1 + e_1}}{2} < \cos I_1 < \frac{2 + e_1}{2\sqrt{1 + e_1}} < \frac{3}{2}$$

et donc $0° < I_1 < 60°$
$Q_1 = Q_2$ *ou* $Q_1 = q_2$
$1 + e_1 \cos E_1 = 1 - e_1$ et $1 + e_1 \cos f_1 = 1 - e_1$ à l'aphélie.

$$0 < \frac{\sqrt{1 - e_1}}{2} < \cos I_1 < \frac{2 - e_1}{2\sqrt{1 - e_1}} < \frac{2}{2\sqrt{1 - e_1}}$$

et donc $0° < I_1 < 90°$

3.2. Si l'une des deux orbites est rétrograde

De la même manière que ci-dessus, la majoration de la quantité de Tisserand $X < 2$ permet d'obtenir les résultats suivants:
L'orbite initiale est parabolique: $45° < I_1 < 180°$.
L'orbite initiale est hyperbolique: $30° < I_1 < 180°$.
L'orbite initiale est elliptique:

si $q_1 = Q_2$ ou $q_1 = q_2$, alors $45° < I_1 < 180°$;
si $Q_1 = Q_2$ ou $Q_1 = q_2$, alors $60° < I_1 < 180°$.

4. Application aux comètes à courte période observées

Dans l'étude de l'origine des comètes à courte période observées, il semble évident et admis que celles-ci ont été capturées par le Système Solaire sous l'action d'une grosse planète. Ainsi, les scénarios présentés au paragraphe 2 ne sont pas appliquables car ils impliquent tous deux une éjection de la comète hors de sa famille actuelle:
- la rencontre se fait avec conservation du périhélie;
- la rencontre se fait avec échange aphélie-périhélie.

De plus, il semble peu probable qu'une rencontre avec conservation de l'aphélie puisse transformer une orbite indirecte en une orbite directe. Un tel cas n'est d'ailleurs jamais visible dans les catalogues d'intégration numérique.
Finalement, il apparaît que les comètes à courte période observées avaient toutes une orbite initiale directe.
L'application de la partie théorique présentée permet de remarquer le fait suivant pour les comètes de la famille de Jupiter qui ont bien évidemment une orbite directe elliptique: l'inclinaison initiale I était comprise soit entre 0° et 60° si la rencontre s'est faite au périhélie de l'orbite initiale O_1, soit entre 0° et 90° (il n'y a donc aucune contrainte) si la rencontre s'est effectuée à l'aphélie.
L'ensemble des éléments métriques des comètes de cette famille montre que la plus petite valeur de l'inclinaison est relative à Kojima (0.9°) et que la plus grande est donnée par Machholtz (60.1°). Donc, comme nous avons supposé que la rencontre se faisait avec invariance du plan orbital de la comète, cela sous-entend que toutes ces comètes peuvent avoir été capturées par le Système Solaire sous l'action de Jupiter à leur périhélie initial, ce qui rejoint toutes les théories.
En ce qui concerne les autres comètes, du type de Halley, les conclusions sont similaires lorsque l'orbite actuelle est directe. Mais, qu'en est-il des comètes dont l'aphélie actuelle est rétrograde?
Elles sont au nombre de trois: Halley, Pons Gambart et Tempel Tuttle.
Précédemment, nous avons montré que leur orbite initiale ne pouvait qu'être directe, ce qui impose la contrainte suivante: $I_1 = 180° - I_2$.
Pour Pons Gambart dont l'inclinaison actuelle I_{obs} est égale à 136°, on obtient $I = 43.5°$ ce qui implique que l'orbite initiale O_1 pouvait être hyperbolique. En effet, rappelons que si O_2 est rétrograde, alors $30° < I_1 < 90°$ lorsque l'orbite est hyperbolique.
Quant à Halley ($I_{obs} = 162.2°$) et Tempel Tuttle ($I_{obs} = 162.7°$), le problème est plus complexe car la valeur de leur inclinaison initiale (respectivement 17.8° et 17.3°) ne correspond pas aux encadrements définis dans la partie théorique. La conclusion première qui s'impose alors est que le mode de capture de ces comètes par le Système Solaire, apparemment sous l'action de Neptune, est d'une autre nature que celui présenté ici. Il est donc utile d'approfondir l'étude de ces deux corps.
Pour conclure, nous dirons que mis à part ces deux comètes particulières, le scénario envisagé ne présente pas de contradictions avec les observations.

5. Références

Belyaev, N.A., Kresak, L., Pittich, E.M., Pushkarev, A.N., 1986, *Catalog of Short-Period Comets*, A.I.S.A.S., Bratislava.

Carusi, A., Kresak, L., Perrozi, E., Valsecchi, G.B., 1985, *Long-term evolution of short-period comets*, Adam Hilger Ltd. Publsh., Bristol, U.K..

Carusi, A., Valsecchi, G.B., Greenberg, R., 1990, *Celest.Mech. and Dyn.Astron.*, **49**,111-131.

Vaghi, S., 1973, *Astron. Astrophys.*, **29**, 85-91.